

## به نام حضرت دوست که جهان از اوست

## مقدمه

چون خود را بنگریم پنداریم که سر و گردنی از دیگران بالاتریم ، چون در خود فرو رویم دانیم قطره ای بیش نیستیم که در پرتو شعاع خورشید تجزیه مولکولی شویم. اما در این کنش درون و برون جهانی را که خدای جمیل بر نظم ریاضی به حد کمال نشانید چون شبی می بینیم و تقلیدوار به ترسیم آن زیبایی ها می پردازیم غافل از آنکه زیبایی مطلق در آن ورای دوردست هایی است که با چشم سر نتوانش دید !!

انتگرال ها یک بحث اساسی ریاضیات عالی را تشکیل داده که می توان کاربرد آن را در تمام علوم طبیعی، انسانی و غیره مورد مطالعه قرارداد. انتگرال ها در واقع مساحت محصور در زیر نمودار هستند و در فیزیک می توان برای آن کاربرد های زیادی تعریف کرد مانند کار انجام شده در یک فرآیند ترمودینامیکی ، از انتگرال رابطه فشار و حجم به دست می آید. اما به طور کلی می توان آن را تغییرات کمیت حاصل ضرب افقی و عمودی نمودار نامید . انتگرال یکی دیگر از مبحث هایی است که دانش آموزان رشته های مختلف و دانشجویان رشته های فنی و مهندسی آن را می آموزند.

کتابچه ای در پیش روی شماست گزیده ای از فرمولهای انتگرال گیری است که به ترتیب و به صورت مجزا از موضوعات مختلف ریاضی مرتب گردیده و شامل مثال های متعددی است که حل آنها سبب ماندگاری بیشتر این فرمول ها در ذهن و کاربرد عملی آنها خواهد شد ، در ابتدا قبل از بیان فرمول ها به تعاریف خیلی مختصری از انتگرال بسنده نموده ایم که با توجه به نیاز دانش آموزان و دانشجویان عزیز بر خود لازم دانستم به جمع آوری آنها بپردازم و امیدوارم که مورد پسند دوستان قرار گیرد و اساتید ریاضی سراسر کشور نقص های این کتابچه را بر اینجانب ببخشایند و از راهنمایی های خود ما را بی بهره ننمایند .

## با احترام

عادل آخندی دبیر ریاضی شهرستان دیواندره (استان کردستان)

ایمیل : [adel3115@gmail.com](mailto:adel3115@gmail.com)

وبگاه : [www.fera.ir](http://www.fera.ir)

## خلاصه ای از آموزش انتگرال :

انتگرال چیست؟ اگر مشتق را آموخته باشید ، می توان گفت که انتگرال گیری عکس عمل مشتق گیری است . برای مثال اگر مشتق تابع Sin برابر Cos است، انتگرال تابع Cos برابر Sin می باشد.

انتگرال نیز مانند مشتق دارای قواعد و حالت های خاص است که بایستی آنها را فرابگیرید. اگر بخواهیم همزمان دو عمل مشتق گیری و انتگرال گیری را روی تابعی انجام دهیم، در واقع هیچ کاری انجام نداده ایم زیرا این دو عمل یکدیگر را خنثی می کنند.

هنگام محاسبه ی انتگرال ضرایب عددی پشت انتگرال ضرب خواهند شد. اگر بین جملات تابعی جمع یا تفریق باشد، تابع را تفکیک نموده و انتگرال هر یک از جملات را جداگانه محاسبه می کنیم.

در اینجا برخی از حالت های خاص انتگرال را که قواعد خاصی دارند نام می بریم :

انتگرال هایی که پاسخ arc دارند.

انتگرال هایی که پاسخ Ln دارند

انتگرال توابع مثلثاتی

انتگرال توابع سینوس و کسینوس با توان های فرد به صورت انفرادی

انتگرال توابع تانژانت و کتانژانت با توان های زوج بصورت انفرادی

انتگرال معین

انتگرال توابع قدر مطلق

انتگرال توابع جزء صحیح

انتگرال تابع براکت

اولین بار لایب نیتس نماد استاندارد ی برای انتگرال معرفی کرد.  $\int_a^b f(x)dx$  : a و b نقاط ابتدا و انتهای بازه هستند بطوریکه a و b را به ترتیب کرانه های بالا و پایین انتگرال می نامیم. و f تابعی انتگرال پذیر است و dx نمادی برای متغیر انتگرال گیری است. از لحاظ تاریخی dx یک کمیت بی نهایت کوچک را نشان می دهد. هر چند در تئوریهای جدید، انتگرال گیری بر پایه متفاوتی پایه گذاری شده است.

## تابع اولیه

هر گاه معادله مشتق تابعی معلوم باشد و بخواهیم معادله اصلی تابع را تعیین کنیم این عمل را تابع اولیه می نامیم.

تعریف: تابع اولیه  $y = f(x)$  را تابعی مانند  $Y = F(x) + c$  می نامیم، هرگاه داشته باشیم:

$$y = (F(x) + c)' \gg y = f(x)$$

## انتگرال نامعین

تعریف: هرگاه معادله دیفرانسیلی تابعی معلوم باشد و بخواهیم معادله اصلی تابع را معلوم کنیم این عمل را انتگرال نامعین نامیده و آن را با نماد  $\int dx$  نمایش می دهند.

بنا به تعریف نماد  $\int f(x).dx$  را انتگرال نامعین نامیده و حاصل آن را تابعی مانند  $F(x) + c$  در نظر می گیریم هر گاه داشته باشیم:

$$\int f(x).dx = F(x) + c \quad \text{با شرط: } (F(x) + c)' = f(x)$$
انتگرال معین  $\int_a^b f(x).dx$ 

انتگرال های معین ممکن است با استفاده از روش های انتگرال گیری عددی، تخمین زده شوند. یکی از عمومی ترین روش ها، روش مستطیلی نامیده می شود در این روش ناحیه زیر نمودار تابع به یک سری مستطیل تبدیل شده و جمع مساحت آنها نشان دهنده مقدار تقریبی انتگرال است. از دیگر روش هایی معروف برای تخمین مقدار انتگرال روش سیمپسون و روش دوزنقه ای است. اگر چه روش های عددی مقدار دقیق انتگرال را به ما نمی دهند ولی در بعضی از مواقع که انتگرال تابعی قابل حل نیست یا حل آن مشکل است کمک زیادی به ما می کند.

اکثر روش های اساسی حل انتگرال بر پایه قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال بنا نهاده شده است که بر طبق آن داریم:

۱ - تابعی در بازه  $(a,b)$  در نظر می گیریم .

۲ - پاد مشتق  $f$  را پیدا می کنیم که تابعی است مانند  $F$  که داریم:  $F' = f$

۳ - قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال را در نظر می گیریم:

$$\int_a^b f(x).dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

بنابراین مقدار انتگرال ما  $F(b) - F(a)$  برابر خواهد بود.

## تابع انتگرال پذیر

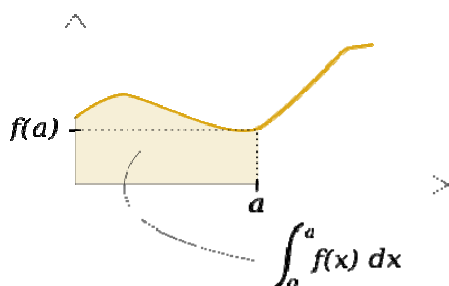
اگر تابعی دارای انتگرال باشد به آن انتگرال پذیر گویند.

## تعبیر هندسی انتگرال

از نظر هندسی انتگرال برابر است با مساحت سطح محصور زیر نمودار.

نکته: انتگرال نمودار سه بعدی (انتگرال دو گانه) معرف حجم محصور زیر نمودار است و انتگرال سه گانه معرف پارالل زیر نمودار است (غیر قابل تصور). مثال:

انتگرال یک تابع مثبت پیوسته در بازه  $(0,1)$  در واقع پیدا کردن مساحت محصور بین خطوط  $x=0$  و  $x=1$  و خم منحنی  $f_x$  است.  $a$  و  $b$  نقاط ابتدا و انتهای بازه هستند و  $f$  تابعی انتگرال پذیر است و  $dx$  نمادی برای متغیر انتگرال گیری است.



## انتگرال گیری

انتگرال گیری به معنی محاسبه سطح زیر نمودار با استفاده از روشها و قوانین انتگرال گیری است.

## مهم ترین تعاریف در انتگرال

از مهم ترین تعاریف در انتگرال می توان از انتگرال ریمان و انتگرال لیگ (Lebesgue) است. انتگرال ریمان به وسیله برنهارد ریمان در سال ۱۸۵۴ ارائه شد که تعریف دقیقی را از انتگرال ارائه می داد ، تعریف دیگر را هنری لیگ ارائه داد که طبق این تعریف شرایط تعویض پذیری حد و انتگرال با شرط مساوی ماندن عبارت، ارائه می کرد. از دیگر تعاریف ارائه شده در زمینه انتگرال می توان به انتگرال ریمان- استیلچس (Riemann-Stieltjes) اشاره کرد.

## محاسبه انتگرال

به این نکته توجه کنید که انتگرال واقعاً پاد مشتق نیست (یک عدد است) اما قضیه اساسی به ما اجازه می دهد تا از پاد مشتق برای محاسبه مقدار انتگرال استفاده کنیم. معمولاً پیدا کردن پاد مشتق تابع  $f$  کار ساده ای نیست و نیاز به استفاده از تکنیکهای انتگرالگیری دارد این تکنیکها عبارتاند از :

- انتگرال گیری به وسیله تغییر متغیر
- انتگرال گیری جزء به جزء :  $\int u dv = uv - \int v du$
- انتگرال گیری با تغییر متغیر مثلثاتی
- انتگرال گیری به وسیله تجزیه کسرها

روش هایی دیگر نیز وجود دارد که برای محاسبه انتگرالهای معین به کار می رود همچنین می توان بعضی از انتگرالها را با ترفند هایی حل کرد

در ادامه فرمول ها به طور کامل بیان شده اند .

فهرست محتوا :

[انتگرال توابع کلی از شماره ۱ تا شماره ۱۸](#)

[انتگرال تابع چند جمله ای از شماره ۱۹ تا شماره ۲۸](#)

[انتگرال تابع مثلثاتی از شماره ۲۹ تا شماره ۳۶](#)

[انتگرال تابع معکوس مثلثاتی از شماره ۳۷ تا شماره ۴۴](#)

[انتگرال تابع هایپربولیک از شماره ۴۵ تا شماره ۵۴](#)

[انتگرال تابع معکوس هایپربولیک از شماره ۵۵ تا شماره ۶۴](#)

[انتگرال تابع لگاریتم از شماره ۶۵ تا شماره ۷۲](#)

[انتگرال تابع نمایی از شماره ۷۳ تا شماره ۸۰](#)

[انتگرال تابع کسری و رادیکالی از شماره ۸۱ تا شماره ۹۴](#)

## فرمول های پر کاربرد انتگرال (تهیه و تنظیم: عادل آخوندی - دبیر ریاضی)

| ردیف | نوع   | تابع                        | انتگرال تابع                                                       |
|------|-------|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ۱    | فرمول | $y = af(x)$                 | $\int [af(x)]dx = a \int f(x)dx + c$                               |
| ۲    | مثال  | $y = ۴ \sin x$              | $\int [۴ \sin x] dx = ۴ \int \sin x dx + c$                        |
| ۳    | فرمول | $y = f(x) + g(x)$           | $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx + c$             |
| ۴    | مثال  | $y = ۲x + \cos ۲x$          | $\int [۲x + \cos ۲x]dx = \int ۲x dx + \int \cos ۲x dx + c$         |
| ۵    | فرمول | $y = f(x)^n$                | $\int [f(x)^n]dx = \frac{f(x)^{n+1}}{n+1} + c$                     |
| ۶    | مثال  | $y = (x)^{۱۶}$              | $\int (x)^{۱۶} dx = \frac{x^{۱۷}}{۱۷} + c$                         |
| ۷    | فرمول | $y = f(x)f'(x)$             | $\int [f(x)f'(x)] dx = \frac{1}{\gamma} [f(x)]^{\gamma} + c$       |
| ۸    | مثال  | $y = \sin x \cos x$         | $\int [\sin x \cos x] dx = \frac{1}{\gamma} [\sin x]^{\gamma} + c$ |
| ۹    | فرمول | $y = \frac{f'(x)}{f(x)}$    | $\int \left[ \frac{f'(x)}{f(x)} \right] dx = \ln f(x)  + c$        |
| ۱۰   | مثال  | $y = \frac{\cos x}{\sin x}$ | $\int \left[ \frac{\cos x}{\sin x} \right] dx = \ln \sin x  + c$   |
| ۱۱   | فرمول | $y = g(x)f'(x)$             | $\int [g(x)f'(x)]dx = f(x)g(x) - \int [g'(x)f(x)]dx + c$           |
| ۱۲   | مثال  | $y = x \cos x$              | $\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx + c$                 |
| ۱۳   | فرمول | $y = u dv$                  | $\int u dv = uv - \int v du$                                       |
| ۱۴   | مثال  | $y = x \cos x$              | $\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx + c$                 |
| ۱۵   | فرمول | $y = u^n$                   | $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$                 |
| ۱۶   | مثال  | $y = (x)^{۱۶}$              | $\int (x)^{۱۶} dx = \frac{x^{۱۷}}{۱۷} + c$                         |
| ۱۷   | فرمول | $y = \frac{1}{u}$           | $\int \frac{1}{u} du = \ln u  + c$                                 |
| ۱۸   | مثال  | $y = \frac{\cos x}{\sin x}$ | $\int \left[ \frac{\cos x}{\sin x} \right] dx = \ln \sin x  + c$   |
| ۱۹   | فرمول | $y = 1$                     | $\int dx = x + c$                                                  |

## فرمول های پر کاربرد انتگرال (تهیه و تنظیم: عادل آخوندی - دبیر ریاضی)

|    |       |                     |                                                                                                |
|----|-------|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۲۰ | مثال  | $y = ۱$             | $\int dx = x + c$                                                                              |
| ۲۱ | فرمول | $y = a$             | $\int a dx = ax + c$                                                                           |
| ۲۲ | مثال  | $y = ۱۸$            | $\int ۱۸ dx = ۱۸x + c$                                                                         |
| ۲۳ | فرمول | $y = \frac{۱}{x}$   | $\int \frac{dx}{x} = \ln x  + c$                                                               |
| ۲۴ | مثال  | $y = \frac{۱}{x}$   | $\int \frac{dx}{x} = \ln x  + c$                                                               |
| ۲۵ | فرمول | $y = x^n$           | $\int x^n dx = \frac{x^{n+۱}}{n+۱} + c, n \neq -۱$                                             |
| ۲۶ | مثال  | $y = (x)^{۱۶}$      | $\int (x)^{۱۶} dx = \frac{x^{۱۷}}{۱۷} + c$                                                     |
| ۲۷ | فرمول | $y = (x+a)^n$       | $\int (x+a)^n dx = \frac{(x+a)^{n+۱}}{n+۱} + c, n \neq -۱$                                     |
| ۲۸ | مثال  | $y = (x+۸)^{۱۲}$    | $\int (x+۸)^{۱۲} dx = \frac{(x+۸)^{۱۳}}{۱۳} + c$                                               |
| ۲۹ | فرمول | $y = \sin x$        | $\int \sin x dx = -\cos x + c$                                                                 |
| ۳۰ | مثال  | $y = \sin x$        | $\int \sin x dx = -\cos x + c$                                                                 |
| ۳۱ | فرمول | $y = (\sin x)^۲$    | $\int (\sin x)^۲ dx = \frac{۱}{۲}(x - \sin x \cos x) + c$                                      |
| ۳۲ | مثال  | $y = (\sin x)^۲$    | $\int (\sin x)^۲ dx = \frac{۱}{۲}(x - \sin x \cos x) + c$                                      |
| ۳۳ | فرمول | $y = (\sin x)^n$    | $\int (\sin x)^n dx = -\frac{(\sin x)^{n-۱} \cos x}{n} + \frac{n-۱}{n} \int (\sin x)^{n-۲} dx$ |
| ۳۴ | مثال  | $y = (\sin x)^{۱۰}$ | $\int (\sin x)^{۱۰} dx = -\frac{(\sin x)^۹ \cos x}{۱۰} + \frac{۹}{۱۰} \int (\sin x)^۸ dx$      |
| ۳۵ | فرمول | $y = \sin ax$       | $\int \sin ax dx = -\frac{\cos ax}{a} + c$                                                     |
| ۳۶ | مثال  | $y = \sin ۱۲x$      | $\int \sin ۱۲x dx = -\frac{\cos ۱۲x}{۱۲} + c$                                                  |
| ۳۷ | فرمول | $y = (\sin ax)^۲$   | $\int (\sin ax)^۲ dx = \frac{۱}{۲}(x - \sin ax \cos ax) + c$                                   |
| ۳۸ | مثال  | $y = (\sin ۴x)^۲$   | $\int (\sin ۴x)^۲ dx = \frac{۱}{۲}\left(x - \frac{\sin ۸x}{۸}\right) + c$                      |
| ۳۹ | فرمول | $y = (\sin ax)^۳$   | $\int (\sin ax)^۳ dx = -\frac{۳ \cos ax}{۴a} + \frac{\cos ۳ax}{۱۲a} + c$                       |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|    |       |                         |                                                                                                      |
|----|-------|-------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۴۰ | مثال  | $y = (\sin^r x)^r$      | $\int (\sin^r x)^r dx = -\frac{r \cos^r x}{r} + \frac{\cos^r x}{r} + c$                              |
| ۴۱ | فرمول | $y = \cos x$            | $\int \cos x dx = \sin x + c$                                                                        |
| ۴۲ | مثال  | $y = \cos x$            | $\int \cos x dx = \sin x + c$                                                                        |
| ۴۳ | فرمول | $y = (\cos x)^r$        | $\int (\cos x)^r dx = \frac{1}{r} (x + \sin x \cos x) + c$                                           |
| ۴۴ | مثال  | $y = (\cos x)^r$        | $\int (\cos x)^r dx = \frac{1}{r} (x + \sin x \cos x) + c$                                           |
| ۴۵ | فرمول | $y = (\cos x)^n$        | $\int (\cos x)^n dx = \frac{(\cos x)^{n-1} \sin x}{n} + \frac{n-1}{n} \int (\cos x)^{n-2} dx$        |
| ۴۶ | مثال  | $y = (\cos x)^4$        | $\int (\cos x)^4 dx = \frac{(\cos x)^3 \sin x}{3} + \frac{3}{3} \int (\cos x)^2 dx$                  |
| ۴۷ | فرمول | $y = \cos ax$           | $\int \cos ax dx = \frac{\sin ax}{a} + c$                                                            |
| ۴۸ | مثال  | $y = \cos^2 x$          | $\int \cos^2 x dx = \frac{\sin^2 x}{2} + c$                                                          |
| ۴۹ | فرمول | $y = (\cos ax)^r$       | $\int (\cos ax)^r dx = \frac{1}{r} (x + \sin ax \cos ax) + c$                                        |
| ۵۰ | مثال  | $y = (\cos \Delta x)^r$ | $\int (\cos \Delta x)^r dx = \frac{1}{r} (x + \sin \Delta x \cos \Delta x) + c$                      |
| ۵۱ | فرمول | $y = (\cos ax)^r$       | $\int (\cos ax)^r dx = \frac{r \sin ax}{ra} + \frac{\sin^2 ax}{2ra} + c$                             |
| ۵۲ | مثال  | $y = (\cos \Delta x)^r$ | $\int (\cos \Delta x)^r dx = \frac{r \sin \Delta x}{r\Delta} + \frac{\sin^2 \Delta x}{2r\Delta} + c$ |
| ۵۳ | فرمول | $y = \tan x$            | $\int \tan x dx = \ln \sec x  + c = -\ln \cos x  + c$                                                |
| ۵۴ | مثال  | $y = \tan x$            | $\int \tan x dx = \ln \sec x  + c = -\ln \cos x  + c$                                                |
| ۵۵ | فرمول | $y = \tan^r x$          | $\int \tan^r x dx = \tan x - x + c$                                                                  |
| ۵۶ | مثال  | $y = \tan^r x$          | $\int \tan^r x dx = \tan x - x + c$                                                                  |
| ۵۷ | فرمول | $y = \tan^n x$          | $\int \tan^n x dx = \frac{1}{n-1} \tan^{n-1} x - \int \tan^{n-2} x dx + c$                           |
| ۵۸ | مثال  | $y = \tan^r x$          | $\int \tan^r x dx = \frac{\tan^r x}{r} - \int \tan^{r-2} x dx + c$                                   |
| ۵۹ | فرمول | $y = \tan ax$           | $\int \tan ax dx = \frac{1}{a} \ln \sec ax  + c = -\frac{1}{a} \ln \cos ax  + c$                     |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|    |       |                                   |                                                                                                                                    |
|----|-------|-----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۶۰ | مثال  | $y = \tan x$                      | $\int \tan x \, dx = \frac{1}{x} \ln  \sec x  + c = -\frac{1}{x} \ln  \cos x  + c$                                                 |
| ۶۱ | فرمول | $y = \tan^x ax$                   | $\int \tan^x ax = \frac{1}{a} \tan ax - x + c$                                                                                     |
| ۶۲ | مثال  | $y = \tan^{\frac{1}{\sqrt{a}}} x$ | $\int \tan^{\frac{1}{\sqrt{a}}} x = \frac{1}{\sqrt{a}} \tan^{\frac{1}{\sqrt{a}}} x - x + c$                                        |
| ۶۳ | فرمول | $y = \tan^x ax$                   | $\int \tan^x ax = \frac{1}{a} \ln  \cos ax  + \frac{1}{\sqrt{a}} \sec^x ax + c$                                                    |
| ۶۴ | مثال  | $y = \tan^{\frac{1}{\sqrt{a}}} x$ | $\int \tan^{\frac{1}{\sqrt{a}}} x = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln  \cos \sqrt{a} x  + \frac{1}{\sqrt{a}} \sec^{\frac{1}{\sqrt{a}}} x + c$ |
| ۶۵ | فرمول | $y = \cot x$                      | $\int \cot x \, dx = \ln  \sin x  + c$                                                                                             |
| ۶۶ | مثال  | $y = \cot x$                      | $\int \cot x \, dx = \ln  \sin x  + c$                                                                                             |
| ۶۷ | فرمول | $y = \cot^x x$                    | $\int \cot^x x \, dx = -\cot x - x + c$                                                                                            |
| ۶۸ | مثال  | $y = \cot^x x$                    | $\int \cot^x x \, dx = -\cot x - x + c$                                                                                            |
| ۶۹ | فرمول | $y = \cot^n x$                    | $\int \cot^n x \, dx = -\frac{1}{n-1} \cot^{n-1} x - \int \cot^{n-2} x \, dx + c$                                                  |
| ۷۰ | مثال  | $y = \cot^x x$                    | $\int \cot^x x \, dx = -\frac{1}{x} \cot^x x - \int \cot^{\frac{1}{x}} x \, dx + c$                                                |
| ۷۱ | فرمول | $y = \cot ax$                     | $\int \cot ax \, dx = \frac{1}{a} \ln  \sin ax  + c$                                                                               |
| ۷۲ | مثال  | $y = \cot ax$                     | $\int \cot ax \, dx = \frac{1}{a} \ln  \sin ax  + c$                                                                               |
| ۷۳ | فرمول | $y = \sec x$                      | $\int \sec x \, dx = \ln  \sec x + \tan x  + c = \ln \left  \tan \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right $               |
| ۷۴ | مثال  | $y = \sec x$                      | $\int \sec x \, dx = \ln  \sec x + \tan x  + c = \ln \left  \tan \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right $               |
| ۷۵ | فرمول | $y = \sec^x x$                    | $\int \sec^x x \, dx = \tan^x x + c$                                                                                               |
| ۷۶ | مثال  | $y = \sec^x x$                    | $\int \sec^x x \, dx = \tan^x x + c$                                                                                               |
| ۷۷ | فرمول | $y = \sec^x x$                    | $\int \sec^x x \, dx = \frac{1}{x} \sec x \tan x + \frac{1}{x} \ln  \sec x + \tan x  + c$                                          |
| ۷۸ | مثال  | $y = \sec^x x$                    | $\int \sec^x x \, dx = \frac{1}{x} \sec x \tan x + \frac{1}{x} \ln  \sec x + \tan x  + c$                                          |
| ۷۹ | فرمول | $y = \sec^n x$                    | $\int \sec^n x \, dx = \frac{1}{n-1} \sec^{n-1} x \tan x + \frac{n-2}{n-1} \int \sec^{n-2} x \, dx + c$                            |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|    |       |                       |                                                                                                                                                  |
|----|-------|-----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۸۰ | مثال  | $y = \sec^r x$        | $\int \sec^r x dx = \frac{1}{r} \sec^r x \tan x + \frac{r-2}{r} \int \sec^{r-2} x dx + c$                                                        |
| ۸۱ | فرمول | $y = \sec ax$         | $\int \sec ax dx = \frac{1}{a} \ln  \sec ax + \tan ax  + c = \frac{1}{a} \ln \left  \tan \left( \frac{ax}{r} + \frac{\pi}{r} \right) \right $    |
| ۸۲ | مثال  | $y = \sec^r x$        | $\int \sec^r x dx = \frac{1}{r} \ln  \sec^r x + \tan^r x  + c = \frac{1}{r} \ln \left  \tan \left( \frac{rx}{r} + \frac{\pi}{r} \right) \right $ |
| ۸۳ | فرمول | $y = \sec^r ax$       | $\int \sec^r ax dx = \frac{1}{a} \tan^r ax + c$                                                                                                  |
| ۸۴ | مثال  | $y = \sec^r \wedge x$ | $\int \sec^r \wedge x dx = \frac{1}{\wedge} \tan^r \wedge x + c$                                                                                 |
| ۸۵ | فرمول | $y = \csc x$          | $\int \csc x dx = -\ln  \csc x + \cot x  + c = \ln \left  \tan \left( \frac{x}{r} \right) \right $                                               |
| ۸۶ | مثال  | $y = \csc x$          | $\int \csc x dx = -\ln  \csc x + \cot x  + c = \ln \left  \tan \left( \frac{x}{r} \right) \right $                                               |
| ۸۷ | فرمول | $y = \csc^r x$        | $\int \csc^r x dx = -\cot x + c$                                                                                                                 |
| ۸۸ | مثال  | $y = \csc^r x$        | $\int \csc^r x dx = -\cot x + c$                                                                                                                 |
| ۸۹ | فرمول | $y = \csc^r x$        | $\int \csc^r x dx = -\frac{1}{r} \cot x \csc x + \frac{1}{r} \ln  \csc x x - \cot x  + c$                                                        |
| ۹۰ | مثال  | $y = \csc^r x$        | $\int \csc^r x dx = -\frac{1}{r} \cot x \csc x + \frac{1}{r} \ln  \csc x x - \cot x  + c$                                                        |
| ۹۱ | فرمول | $y = \csc^n x$        | $\int \csc^n x dx = \frac{1}{n-1} \csc^{n-1} x \cot x + \frac{n-2}{n-1} \int \csc^{n-2} x dx + c$                                                |
| ۹۲ | مثال  | $y = \csc^\Delta x$   | $\int \csc^\Delta x dx = \frac{1}{r} \csc^r x \cot x + \frac{r-2}{r} \int \csc^{r-2} x dx + c$                                                   |
| ۹۳ | فرمول | $y = \csc ax$         | $\int \csc ax dx = -\frac{1}{a} \ln  \csc ax + \cot ax  + c = \frac{1}{a} \ln \left  \tan \left( \frac{ax}{r} \right) \right $                   |
| ۹۴ | مثال  | $y = \csc^r x$        | $\int \csc^r x dx = -\frac{1}{r} \ln  \csc^r x + \cot^r x  + c = \frac{1}{r} \ln \left  \tan \left( \frac{rx}{r} \right) \right $                |
| ۹۵ | فرمول | $y = \csc^r ax$       | $\int \csc^r ax dx = -\frac{1}{a} \cot ax + c$                                                                                                   |
| ۹۶ | مثال  | $y = \csc^r \vee x$   | $\int \csc^r \vee x dx = -\frac{1}{\vee} \cot \vee x + c$                                                                                        |
| ۹۷ | فرمول | $y = \sin x \cos x$   | $\int \sin x \cos x dx = \frac{1}{r} \sin^r x + c = -\frac{1}{r} \cos^r x + c$                                                                   |
| ۹۸ | مثال  | $y = \sin x \cos x$   | $\int \sin x \cos x dx = \frac{1}{r} \sin^r x + c = -\frac{1}{r} \cos^r x + c$                                                                   |
| ۹۹ | فرمول | $y = \sin bx \cos ax$ | $\int \sin bx \cos ax dx = \frac{\cos[(a-b)x]}{2(a-b)} - \frac{\cos[(a+b)x]}{2(a+b)} + c$                                                        |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|     |       |                                                         |                                                                                                                                                                                          |
|-----|-------|---------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱۰۰ | مثال  | $y = \sin \Delta x \cos \Upsilon x$                     | $\int \sin \Delta x \cos \Upsilon x dx = \frac{\cos \Upsilon x}{\Upsilon} - \frac{\cos \Delta x}{\Delta} + c$                                                                            |
| ۱۰۱ | فرمول | $y = \sin ax \sin bx$                                   | $\int \sin ax \cos bx dx = \frac{\sin[(a-b)x]}{2(a-b)} - \frac{\sin[(a+b)x]}{2(a+b)} + c$                                                                                                |
| ۱۰۲ | مثال  | $y = \sin \Delta x \sin \Upsilon x$                     | $\int \sin \Delta x \cos \Upsilon x dx = \frac{\sin \Upsilon x}{\Upsilon} - \frac{\sin \Delta x}{\Delta} + c$                                                                            |
| ۱۰۳ | فرمول | $y = \cos ax \cos bx$                                   | $\int \sin ax \cos bx dx = \frac{\sin[(a-b)x]}{2(a-b)} + \frac{\sin[(a+b)x]}{2(a+b)} + c$                                                                                                |
| ۱۰۴ | مثال  | $y = \cos \Delta x \cos \Upsilon x$                     | $\int \sin \Delta x \cos \Upsilon x dx = \frac{\sin \Upsilon x}{\Upsilon} + \frac{\sin \Delta x}{\Delta} + c$                                                                            |
| ۱۰۵ | فرمول | $y = \sin^{\Upsilon} x \cos x$                          | $\int \sin^{\Upsilon} x \cos x dx = \frac{1}{\Upsilon+1} \sin^{\Upsilon+1} x + c$                                                                                                        |
| ۱۰۶ | مثال  | $y = \sin^{\Upsilon} x \cos x$                          | $\int \sin^{\Upsilon} x \cos x dx = \frac{1}{\Upsilon+1} \sin^{\Upsilon+1} x + c$                                                                                                        |
| ۱۰۷ | فرمول | $y = \sin^n x \cos^m x$                                 | $\int \sin^n x \cos^m x dx = \frac{\sin^{n+1} x \cos^{m-1} x}{n+m} + \frac{m-1}{n+m} \int \sin^n x \cos^{m-2} x dx$                                                                      |
| ۱۰۸ | مثال  | $y = \sin^{\Upsilon} x \cos^{\Upsilon} x$               | $\int \sin^{\Upsilon} x \cos^{\Upsilon} x dx = \frac{\sin^{\Upsilon+1} x \cos^{\Upsilon} x}{\Upsilon+1} + \frac{\Upsilon}{\Upsilon+1} \int \sin^{\Upsilon} x \cos^{\Upsilon-1} x dx + c$ |
| ۱۰۹ | فرمول | $y = \sin^n x \cos^m x$                                 | $\int \sin^n x \cos^m x dx = \frac{\sin^{n-1} x \cos^{m+1} x}{n+m} + \frac{n-1}{n+m} \int \sin^{n-2} x \cos^m x dx$                                                                      |
| ۱۱۰ | مثال  | $y = \sin^{\Upsilon} x \cos^{\Upsilon} x$               | $\int \sin^{\Upsilon} x \cos^{\Upsilon} x dx = \frac{\sin^{\Upsilon} x \cos^{\Upsilon} x}{\Upsilon+1} + \frac{\Upsilon}{\Upsilon+1} \int \sin^{\Upsilon-1} x \cos^{\Upsilon} x dx + c$   |
| ۱۱۱ | فرمول | $y = \sin ax \cos^{\Upsilon} ax$                        | $\int \sin ax \cos^{\Upsilon} ax dx = -\frac{1}{\Upsilon+1} \cos^{\Upsilon+1} ax + c$                                                                                                    |
| ۱۱۲ | مثال  | $y = \sin^{\Upsilon} ax \cos^{\Upsilon} ax$             | $\int \sin^{\Upsilon} ax \cos^{\Upsilon} ax dx = -\frac{1}{\Upsilon+1} \cos^{\Upsilon+1} ax + c$                                                                                         |
| ۱۱۳ | فرمول | $y = \sin^{\Upsilon} ax \cos bx$                        | $\int \sin^{\Upsilon} ax \cos bx dx = -\frac{\sin[(\Upsilon a-b)x]}{2(\Upsilon a-b)} + \frac{\sin bx}{2b} - \frac{\sin[(\Upsilon a+b)x]}{2(\Upsilon a+b)} + c$                           |
| ۱۱۴ | مثال  | $y = \sin^{\Upsilon} \Delta x \cos \Upsilon x$          | $\int \sin^{\Upsilon} \Delta x \cos \Upsilon x dx = -\frac{\sin[\Delta x]}{2\Upsilon} + \frac{\sin \Delta x}{2\Upsilon} - \frac{\sin[2\Upsilon x]}{4\Upsilon} + c$                       |
| ۱۱۵ | فرمول | $y = \cos^{\Upsilon} ax \sin bx$                        | $\int \sin^{\Upsilon} ax \cos bx dx = -\frac{\cos[(\Upsilon a-b)x]}{2(\Upsilon a-b)} - \frac{\cos bx}{2b} - \frac{\cos[(\Upsilon a+b)x]}{2(\Upsilon a+b)} + c$                           |
| ۱۱۶ | مثال  | $y = \cos^{\Upsilon} \Delta x \sin \Upsilon x$          | $\int \sin^{\Upsilon} \Delta x \cos \Upsilon x dx = -\frac{\cos[\Delta x]}{2\Upsilon} - \frac{\cos \Upsilon x}{2\Upsilon} - \frac{\cos[2\Upsilon x]}{4\Upsilon} + c$                     |
| ۱۱۷ | فرمول | $y = \sin^{\Upsilon} ax \cos^{\Upsilon} ax$             | $\int \sin^{\Upsilon} ax \cos^{\Upsilon} ax dx = \frac{x}{\Upsilon+1} - \frac{\sin^{\Upsilon+1} ax}{\Upsilon+1} + c$                                                                     |
| ۱۱۸ | مثال  | $y = \sin^{\Upsilon} \Delta x \cos^{\Upsilon} \Delta x$ | $\int \sin^{\Upsilon} \Delta x \cos^{\Upsilon} \Delta x dx = \frac{x}{\Upsilon+1} - \frac{\sin^{\Upsilon+1} \Delta x}{\Upsilon+1} + c$                                                   |
| ۱۱۹ | فرمول | $y = x \sin x$                                          | $\int x \sin x dx = \sin x - x \cos x + c$                                                                                                                                               |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|     |       |                          |                                                                                     |
|-----|-------|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱۲۰ | مثال  | $y = x \sin x$           | $\int x \sin x dx = \sin x - x \cos x + c$                                          |
| ۱۲۱ | فرمول | $y = x^n \sin x$         | $\int x^n \sin x dx = -x^n \cos x + n \int x^{n-1} \cos x dx + c$                   |
| ۱۲۲ | مثال  | $y = x^{10} \sin x$      | $\int x^{10} \sin x dx = -x^{10} \cos x + 10 \int x^9 \cos x dx + c$                |
| ۱۲۳ | فرمول | $y = x \sin ax$          | $\int x \sin ax dx = \frac{\sin ax}{a^2} - \frac{x \cos ax}{a} + c$                 |
| ۱۲۴ | مثال  | $y = x \sin 7x$          | $\int x \sin 7x dx = \frac{\sin 7x}{49} - \frac{x \cos 7x}{7} + c$                  |
| ۱۲۵ | فرمول | $y = x \cos x$           | $\int x \cos x dx = \cos x + x \sin x + c$                                          |
| ۱۲۶ | مثال  | $y = x \cos x$           | $\int x \cos x dx = \cos x + x \sin x + c$                                          |
| ۱۲۷ | فرمول | $y = x^n \cos x$         | $\int x^n \sin x dx = x^n \sin x - n \int x^{n-1} \sin x dx + c$                    |
| ۱۲۸ | مثال  | $y = x^{10} \cos x$      | $\int x^{10} \cos x dx = x^{10} \sin x - 10 \int x^9 \sin x dx + c$                 |
| ۱۲۹ | فرمول | $y = x \cos ax$          | $\int x \sin ax dx = \frac{\cos ax}{a^2} + \frac{x \sin ax}{a} + c$                 |
| ۱۳۰ | مثال  | $y = x \cos 9x$          | $\int x \sin 9x dx = \frac{\cos 9x}{81} + \frac{x \sin 9x}{9} + c$                  |
| ۱۳۱ | فرمول | $y = \sec x \tan x$      | $\int \sec x \tan x dx = \sec x + c$                                                |
| ۱۳۲ | مثال  | $y = \sec x \tan x$      | $\int \sec x \tan x dx = \sec x + c$                                                |
| ۱۳۳ | فرمول | $y = \sec^n x \tan x$    | $\int \sec^n x \tan x dx = \frac{1}{n} \sec^n x + c, n \neq 0$                      |
| ۱۳۴ | مثال  | $y = \sec^{12} x \tan x$ | $\int \sec^{12} x \tan x dx = \frac{1}{12} \sec^{12} x + c$                         |
| ۱۳۵ | فرمول | $y = \sec x \csc x$      | $\int \sec x \csc x dx = \ln \tan x  + c$                                           |
| ۱۳۶ | مثال  | $y = \sec x \csc x$      | $\int \sec x \csc x dx = \ln \tan x  + c$                                           |
| ۱۳۷ | فرمول | $y = \sin^{-1} x$        | $\int \sin^{-1} x dx = x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2} + c$                            |
| ۱۳۸ | مثال  | $y = \sin^{-1} x$        | $\int \sin^{-1} x dx = x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2} + c$                            |
| ۱۳۹ | فرمول | $y = x \sin^{-1} x$      | $\int x \sin^{-1} x dx = \frac{x^2-1}{4} \sin^{-1} x + \frac{x\sqrt{1-x^2}}{4} + c$ |

## تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی

|     |       |                       |                                                                                                                           |
|-----|-------|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱۴۰ | مثال  | $y = x \sin^{-1} x$   | $\int x \sin^{-1} x dx = \frac{2x^2 - 1}{4} \sin^{-1} x + \frac{x\sqrt{1-x^2}}{4} + c$                                    |
| ۱۴۱ | فرمول | $y = x^n \sin^{-1} x$ | $\int x^n \sin^{-1} x dx = \frac{1}{n+1} \left[ (x^{n+1} \sin^{-1} x) - \int \frac{x^{n+1}}{\sqrt{1-x^2}} dx \right] + c$ |
| ۱۴۲ | مثال  | $y = x^5 \sin^{-1} x$ | $\int x^5 \sin^{-1} x dx = \frac{1}{6} \left[ (x^6 \sin^{-1} x) - \int \frac{x^6}{\sqrt{1-x^2}} dx \right] + c$           |
| ۱۴۳ | فرمول | $y = \cos^{-1} x$     | $\int \cos^{-1} x dx = x \cos^{-1} x - \sqrt{1-x^2} + c$                                                                  |
| ۱۴۴ | مثال  | $y = \cos^{-1} x$     | $\int \cos^{-1} x dx = x \cos^{-1} x - \sqrt{1-x^2} + c$                                                                  |
| ۱۴۵ | فرمول | $y = x \cos^{-1} x$   | $\int x \cos^{-1} x dx = \frac{2x^2 - 1}{4} \cos^{-1} x - \frac{x\sqrt{1-x^2}}{4} + c$                                    |
| ۱۴۶ | مثال  | $y = x \cos^{-1} x$   | $\int x \cos^{-1} x dx = \frac{2x^2 - 1}{4} \cos^{-1} x - \frac{x\sqrt{1-x^2}}{4} + c$                                    |
| ۱۴۷ | فرمول | $y = x^n \cos^{-1} x$ | $\int x^n \cos^{-1} x dx = \frac{1}{n+1} \left[ (x^{n+1} \cos^{-1} x) + \int \frac{x^{n+1}}{\sqrt{1-x^2}} dx \right] + c$ |
| ۱۴۸ | مثال  | $y = x^4 \cos^{-1} x$ | $\int x^4 \cos^{-1} x dx = \frac{1}{5} \left[ (x^5 \cos^{-1} x) + \int \frac{x^5}{\sqrt{1-x^2}} dx \right] + c$           |
| ۱۴۹ | فرمول | $y = \tan^{-1} x$     | $\int \tan^{-1} x dx = x \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + c$                                                        |
| ۱۵۰ | مثال  | $y = \tan^{-1} x$     | $\int \tan^{-1} x dx = x \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + c$                                                        |
| ۱۵۱ | فرمول | $y = x \tan^{-1} x$   | $\int x \tan^{-1} x dx = \frac{x^2 + 1}{2} \tan^{-1} x - \frac{x}{2} + c$                                                 |
| ۱۵۲ | مثال  | $y = x \tan^{-1} x$   | $\int x \tan^{-1} x dx = \frac{x^2 + 1}{2} \tan^{-1} x - \frac{x}{2} + c$                                                 |
| ۱۵۳ | فرمول | $y = x^n \tan^{-1} x$ | $\int x^n \tan^{-1} x dx = \frac{1}{n+1} \left[ (x^{n+1} \tan^{-1} x) - \int \frac{x^{n+1}}{1+x^2} dx \right] + c$        |
| ۱۵۴ | مثال  | $y = x^7 \tan^{-1} x$ | $\int x^7 \tan^{-1} x dx = \frac{1}{8} \left[ (x^8 \tan^{-1} x) - \int \frac{x^8}{1+x^2} dx \right] + c$                  |
| ۱۵۵ | فرمول | $y = \sinh x$         | $\int \sinh x dx = \cosh x + c$                                                                                           |
| ۱۵۶ | مثال  | $y = \sinh x$         | $\int \sinh x dx = \cosh x + c$                                                                                           |
| ۱۵۷ | فرمول | $y = \sinh ax$        | $\int \sinh ax dx = \frac{1}{a} \cosh ax + c$                                                                             |
| ۱۵۸ | مثال  | $y = \sinh \lambda x$ | $\int \sinh \lambda x dx = \frac{1}{\lambda} \cosh \lambda x + c$                                                         |
| ۱۵۹ | فرمول | $y = \cosh x$         | $\int \cosh x dx = \sinh x + c$                                                                                           |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|     |       |                               |                                                                                               |
|-----|-------|-------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱۶۰ | مثال  | $y = \cosh x$                 | $\int \cosh x \, dx = \sinh x + c$                                                            |
| ۱۶۱ | فرمول | $y = \cosh ax$                | $\int \cosh ax \, dx = \frac{1}{a} \sinh ax + c$                                              |
| ۱۶۲ | مثال  | $y = \cosh ۲۱x$               | $\int \cosh ۲۱x \, dx = \frac{1}{۲۱} \sinh ۲۱x + c$                                           |
| ۱۶۳ | فرمول | $y = \tanh x$                 | $\int \tanh x \, dx = \ln \cosh x  + c$                                                       |
| ۱۶۴ | مثال  | $y = \tanh x$                 | $\int \tanh x \, dx = \ln \cosh x  + c$                                                       |
| ۱۶۵ | فرمول | $y = \tanh ax$                | $\int \tanh ax \, dx = \frac{1}{a} \ln \cosh ax  + c$                                         |
| ۱۶۶ | مثال  | $y = \tanh ۳x$                | $\int \tanh ۳x \, dx = \frac{1}{۳} \ln \cosh ۳x  + c$                                         |
| ۱۶۷ | فرمول | $y = \coth x$                 | $\int \coth x \, dx = \ln \sinh x  + c$                                                       |
| ۱۶۸ | مثال  | $y = \coth x$                 | $\int \coth x \, dx = \ln \sinh x  + c$                                                       |
| ۱۶۹ | فرمول | $y = \coth ax$                | $\int \coth ax \, dx = \frac{1}{a} \ln \sinh ax  + c$                                         |
| ۱۷۰ | مثال  | $y = \coth ۱۰x$               | $\int \coth ۱۰x \, dx = \frac{1}{۱۰} \ln \sinh ۱۰x  + c$                                      |
| ۱۷۱ | فرمول | $y = \operatorname{sech} x$   | $\int \operatorname{sech} x \, dx = \tan^{-1}(\operatorname{sech} x) + c$                     |
| ۱۷۲ | مثال  | $y = \operatorname{sech} x$   | $\int \operatorname{sech} x \, dx = \tan^{-1}(\operatorname{sech} x) + c$                     |
| ۱۷۳ | فرمول | $y = \operatorname{sech}^۲ x$ | $\int \operatorname{sech}^۲ x \, dx = \tanh x + c$                                            |
| ۱۷۴ | مثال  | $y = \operatorname{sech}^۲ x$ | $\int \operatorname{sech}^۲ x \, dx = \tanh x + c$                                            |
| ۱۷۵ | فرمول | $y = \operatorname{csch} x$   | $\int \operatorname{csch} x \, dx = \ln \left  \tanh \frac{x}{۲} \right  + c$                 |
| ۱۷۶ | مثال  | $y = \operatorname{csch} x$   | $\int \operatorname{csch} x \, dx = \ln \left  \tanh \frac{x}{۲} \right  + c$                 |
| ۱۷۷ | فرمول | $y = \operatorname{csch}^۲ x$ | $\int \operatorname{csch}^۲ x \, dx = -\coth x + c$                                           |
| ۱۷۸ | مثال  | $y = \operatorname{csch}^۲ x$ | $\int \operatorname{csch}^۲ x \, dx = -\coth x + c$                                           |
| ۱۷۹ | فرمول | $y = \cos ax \cosh bx$        | $\int \cos ax \cosh bx \, dx = \frac{1}{a^۲ + b^۲} [a \sin ax \cosh bx + b \cos ax \sinh bx]$ |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|     |       |                                     |                                                                                               |
|-----|-------|-------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱۸۰ | مثال  | $y = \cos x \cosh x$                | $\int \cos x \cosh x dx = \frac{1}{13} [x \sin x \cosh x + x \cos x \sinh x] + c$             |
| ۱۸۱ | فرمول | $y = \cos ax \sinh bx$              | $\int \cos ax \sinh bx dx = \frac{1}{a^2 + b^2} [b \cos ax \cosh bx + a \sin ax \sinh bx]$    |
| ۱۸۲ | مثال  | $y = \cos x \sinh x$                | $\int \cos x \sinh x dx = \frac{1}{41} [x \cos x \cosh x + x \sin x \sinh x] + c$             |
| ۱۸۳ | فرمول | $y = \sin ax \cosh bx$              | $\int \sin ax \cosh bx dx = \frac{-1}{a^2 + b^2} [-a \cos ax \cosh bx + b \sin ax \sinh bx]$  |
| ۱۸۴ | مثال  | $y = \sin x \cosh x$                | $\int \sin x \cosh x dx = \frac{-1}{41} [-x \cos x \cosh x + x \sin x \sinh x]$               |
| ۱۸۵ | فرمول | $y = \sin ax \sinh bx$              | $\int \sin ax \sinh bx dx = \frac{1}{a^2 + b^2} [b \sin ax \cosh bx - a \cos ax \sinh bx]$    |
| ۱۸۶ | مثال  | $y = \sin x \sinh x$                | $\int \sin x \sinh x dx = \frac{1}{113} [x \sin x \cosh x - x \cos x \sinh x]$                |
| ۱۸۷ | فرمول | $y = \sinh ax \cosh ax$             | $\int \sinh ax \cosh ax dx = \frac{1}{4a} [-x \sinh ax + \cosh ax] + c$                       |
| ۱۸۸ | مثال  | $y = \sinh x \cosh x$               | $\int \sinh x \cosh x dx = \frac{1}{16} [-x \sinh x + \cosh x] + c$                           |
| ۱۸۹ | فرمول | $y = \sinh ax \cosh bx$             | $\int \sinh ax \cosh bx dx = \frac{1}{b^2 - a^2} [b \sinh ax \cosh bx - a \cosh ax \sinh bx]$ |
| ۱۹۰ | مثال  | $y = \sinh x \cosh x$               | $\int \sinh x \cosh x dx = \frac{1}{-32} [x \sinh x \cosh x - \cosh x \sinh x]$               |
| ۱۹۱ | فرمول | $y = \operatorname{sech} x \tanh x$ | $\int \operatorname{sech} x \tanh x dx = -\operatorname{sech} x + c$                          |
| ۱۹۲ | مثال  | $y = \operatorname{sech} x \tanh x$ | $\int \operatorname{sech} x \tanh x dx = -\operatorname{sech} x + c$                          |
| ۱۹۳ | فرمول | $y = \operatorname{csch} x \coth x$ | $\int \operatorname{csch} x \coth x dx = -\operatorname{csch} x + c$                          |
| ۱۹۴ | مثال  | $y = \operatorname{csch} x \coth x$ | $\int \operatorname{csch} x \coth x dx = -\operatorname{csch} x + c$                          |
| ۱۹۵ | فرمول | $y = \sinh^{-1} x$                  | $\int \sinh^{-1} x dx = x \sinh^{-1} x - \sqrt{x^2 + 1} + c$                                  |
| ۱۹۶ | مثال  | $y = \sinh^{-1} x$                  | $\int \sinh^{-1} x dx = x \sinh^{-1} x - \sqrt{x^2 + 1} + c$                                  |
| ۱۹۷ | فرمول | $y = \cosh^{-1} x$                  | $\int \cosh^{-1} x dx = x \cosh^{-1} x - \sqrt{x^2 - 1} + c$                                  |
| ۱۹۸ | مثال  | $y = \cosh^{-1} x$                  | $\int \cosh^{-1} x dx = x \cosh^{-1} x - \sqrt{x^2 - 1} + c$                                  |
| ۱۹۹ | فرمول | $y = \tanh^{-1} x$                  | $\int \tanh^{-1} x dx = x \tanh^{-1} x - \frac{1}{2} \ln(1 - x^2) + c$                        |

## تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی

|     |       |                                  |                                                                                                                                                                     |
|-----|-------|----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۲۰۰ | مثال  | $y = \tanh^{-1} x$               | $\int \tanh^{-1} x \, dx = x \tanh^{-1} x - \frac{1}{2} \ln(1 - x^2) + c$                                                                                           |
| ۲۰۱ | فرمول | $y = \operatorname{sech}^{-1} x$ | $\int \operatorname{sech}^{-1} x \, dx = x \operatorname{sech}^{-1} x - \tan^{-1} \left( \frac{x}{1 - \sqrt{1 - x^2}} \right) + c$                                  |
| ۲۰۲ | مثال  | $y = \operatorname{sech}^{-1} x$ | $\int \operatorname{sech}^{-1} x \, dx = x \operatorname{sech}^{-1} x - \tan^{-1} \left( \frac{x}{1 - \sqrt{1 - x^2}} \right) + c$                                  |
| ۲۰۳ | فرمول | $y = \operatorname{csch}^{-1} x$ | $\int \operatorname{csch}^{-1} x \, dx = x \operatorname{csch}^{-1} x + \log \left[ x \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right) \right] + c$                      |
| ۲۰۴ | مثال  | $y = \operatorname{csch}^{-1} x$ | $\int \operatorname{csch}^{-1} x \, dx = x \operatorname{csch}^{-1} x + \log \left[ x \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right) \right] + c$                      |
| ۲۰۵ | فرمول | $y = \ln x$                      | $\int \ln x \, dx = x \ln x - x + c$                                                                                                                                |
| ۲۰۶ | مثال  | $y = \ln x$                      | $\int \ln x \, dx = x \ln x - x + c$                                                                                                                                |
| ۲۰۷ | فرمول | $y = \ln ax$                     | $\int \ln ax \, dx = x \ln ax - x + c$                                                                                                                              |
| ۲۰۸ | مثال  | $y = \ln vx$                     | $\int \ln vx \, dx = x \ln vx - x + c$                                                                                                                              |
| ۲۰۹ | فرمول | $y = \frac{\ln ax}{x}$           | $\int \frac{\ln ax}{x} \, dx = \frac{1}{r} (\ln ax)^r + c$                                                                                                          |
| ۲۱۰ | مثال  | $y = \frac{\ln vx}{x}$           | $\int \frac{\ln vx}{x} \, dx = \frac{1}{r} (\ln vx)^r + c$                                                                                                          |
| ۲۱۱ | فرمول | $y = \ln(ax + b)$                | $\int \ln(ax + b) \, dx = \left( x + \frac{b}{a} \right) \ln(ax + b) - x + c, a \neq 0$                                                                             |
| ۲۱۲ | مثال  | $y = \ln(vx + \lambda)$          | $\int \ln(vx + \lambda) \, dx = \left( x + \frac{\lambda}{v} \right) \ln(vx + \lambda) - x + c, a \neq 0$                                                           |
| ۲۱۳ | فرمول | $y = \ln(x^r + a^r)$             | $\int \ln(x^r + a^r) \, dx = x \ln(x^r + a^r) + ra \tan^{-1} \left( \frac{x}{a} \right) - rx + c$                                                                   |
| ۲۱۴ | مثال  | $y = \ln(x^r + \lambda^r)$       | $\int \ln(x^r + \lambda^r) \, dx = x \ln(x^r + \lambda^r) + r\lambda \tan^{-1} \left( \frac{x}{\lambda} \right) - rx + c$                                           |
| ۲۱۵ | فرمول | $y = \ln(x^r - a^r)$             | $\int \ln(x^r - a^r) \, dx = x \ln(x^r - a^r) + a \ln \frac{x + a}{x - a} - rx + c$                                                                                 |
| ۲۱۶ | مثال  | $y = \ln(x^r - \lambda^r)$       | $\int \ln(x^r - \lambda^r) \, dx = x \ln(x^r - \lambda^r) + \lambda \ln \frac{x + \lambda}{x - \lambda} - rx + c$                                                   |
| ۲۱۷ | فرمول | $y = \ln(ax^r + bx + c)$         | $\int \ln(ax^r + bx + c) \, dx = \frac{1}{a} \sqrt{rac - b^r} \tan^{-1} \frac{rax + b}{\sqrt{rac - b^r}} - rx + \left( \frac{b}{ra} + x \right) \ln(ax^r + bx + c)$ |
| ۲۱۸ | مثال  | $y = \dots\dots\dots$            | $\int dx = \dots\dots\dots$                                                                                                                                         |
| ۲۱۹ | فرمول | $y = x \ln(ax + b)$              | $\int x \ln(ax + b) \, dx = \frac{bx}{ra} - \frac{1}{r} x^r + \frac{1}{r} \left( x^r - \frac{b^r}{a^r} \right) \ln(ax + b) + c$                                     |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|     |       |                                                 |                                                                                                                                                                                                                           |
|-----|-------|-------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۲۲۰ | مثال  | $y = x \ln(\epsilon x + \delta)$                | $\int x \ln(\epsilon x + \delta) dx = \frac{\delta x}{1\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} x^\epsilon + \frac{1}{\epsilon} \left( x^\epsilon - \frac{\epsilon \delta}{\epsilon \epsilon} \right) \ln(\epsilon x + \delta) + c$ |
| ۲۲۱ | فرمول | $y = x \ln(a^\epsilon - b^\epsilon x^\epsilon)$ | $\int x \ln(a^\epsilon - b^\epsilon x^\epsilon) dx = -\frac{x^\epsilon}{\epsilon} + \frac{1}{\epsilon} \left( x^\epsilon - \frac{a^\epsilon}{b^\epsilon} \right) \ln(a^\epsilon - b^\epsilon x^\epsilon) + c$             |
| ۲۲۲ | مثال  | $y = x \ln(\epsilon - \epsilon x^\epsilon)$     | $\int x \ln(\epsilon - \epsilon x^\epsilon) dx = -\frac{x^\epsilon}{\epsilon} + \frac{1}{\epsilon} \left( x^\epsilon - \frac{\epsilon}{\epsilon} \right) \ln(\epsilon - \epsilon x^\epsilon) + c$                         |
| ۲۲۳ | فرمول | $y = x^n \ln x$                                 | $\int x^n \ln x dx = \frac{x^{n+1}}{(n+1)^\epsilon} [(n+1) \ln x - 1] + c$                                                                                                                                                |
| ۲۲۴ | مثال  | $y = x^\epsilon \ln x$                          | $\int x^\epsilon \ln x dx = \frac{x^\epsilon}{\epsilon \epsilon} [(\epsilon) \ln x - 1] + c$                                                                                                                              |
| ۲۲۵ | فرمول | $y = \frac{1}{x \ln x}$                         | $\int \frac{1}{x \ln x} dx = \ln \ln x  + c$                                                                                                                                                                              |
| ۲۲۶ | مثال  | $y = \frac{1}{x \ln x}$                         | $\int \frac{1}{x \ln x} dx = \ln \ln x  + c$                                                                                                                                                                              |
| ۲۲۷ | فرمول | $y = a^x$                                       | $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$                                                                                                                                                                                     |
| ۲۲۸ | مثال  | $y = \epsilon^x$                                | $\int \epsilon^x dx = \frac{\epsilon^x}{\ln \epsilon} + c$                                                                                                                                                                |
| ۲۲۹ | فرمول | $y = e^x$                                       | $\int e^x dx = e^x + c$                                                                                                                                                                                                   |
| ۲۳۰ | مثال  | $y = e^x$                                       | $\int e^x dx = e^x + c$                                                                                                                                                                                                   |
| ۲۳۱ | فرمول | $y = e^{ax}$                                    | $\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + c$                                                                                                                                                                                 |
| ۲۳۲ | مثال  | $y = e^{\delta x}$                              | $\int e^{\delta x} dx = \frac{1}{\delta} e^{\delta x} + c$                                                                                                                                                                |
| ۲۳۳ | فرمول | $y = x e^x$                                     | $\int x e^x dx = (x - 1) e^x + c$                                                                                                                                                                                         |
| ۲۳۴ | مثال  | $y = x e^x$                                     | $\int x e^x dx = (x - 1) e^x + c$                                                                                                                                                                                         |
| ۲۳۵ | فرمول | $y = x e^{ax}$                                  | $\int x e^{ax} dx = \frac{1}{a^\epsilon} (ax - 1) e^{ax} + c$                                                                                                                                                             |
| ۲۳۶ | مثال  | $y = x e^{\delta x}$                            | $\int x e^{\delta x} dx = \frac{1}{\epsilon \delta} (\delta x - 1) e^{\delta x} + c$                                                                                                                                      |
| ۲۳۷ | فرمول | $y = x^\epsilon e^x$                            | $\int x^\epsilon e^x dx = (x^\epsilon - \epsilon x + \epsilon) e^x + c$                                                                                                                                                   |
| ۲۳۸ | مثال  | $y = x^\epsilon e^x$                            | $\int x^\epsilon e^x dx = (x^\epsilon - \epsilon x + \epsilon) e^x + c$                                                                                                                                                   |
| ۲۳۹ | فرمول | $y = x^\epsilon e^x$                            | $\int x^\epsilon e^x dx = (x^\epsilon - \epsilon x^\epsilon + \epsilon x - \epsilon) e^x + c$                                                                                                                             |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|     |       |                              |                                                                                                                                     |
|-----|-------|------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۲۴۰ | مثال  | $y = x^r e^x$                | $\int x^r e^x dx = (x^r - rx^{r-1} + rx^{r-2} - \dots + (-1)^r e^x) + c$                                                            |
| ۲۴۱ | فرمول | $y = x^r e^{ax}$             | $\int x^r e^{ax} dx = \left( \frac{x^r}{a} - \frac{rx^{r-1}}{a^2} + \frac{r(r-1)x^{r-2}}{a^3} - \dots \right) e^{ax} + c$           |
| ۲۴۲ | مثال  | $y = x^r e^{rx}$             | $\int x^r e^{rx} dx = \left( \frac{x^r}{r} - \frac{rx^{r-1}}{r^2} + \frac{r(r-1)x^{r-2}}{r^3} - \dots \right) e^{rx} + c$           |
| ۲۴۳ | فرمول | $y = x^n e^{ax}$             | $\int x^n e^{ax} dx = \frac{1}{a} x^n e^{ax} - \frac{n}{a} \int x^{n-1} e^{ax} dx + c$                                              |
| ۲۴۴ | مثال  | $y = x^q e^{\Delta x}$       | $\int x^q e^{\Delta x} dx = \frac{1}{\Delta} x^q e^{\Delta x} - \frac{q}{\Delta} \int x^{q-1} e^{\Delta x} dx + c$                  |
| ۲۴۵ | فرمول | $y = e^{ax^2}$               | $\int e^{ax^2} dx = \frac{i\sqrt{\pi}}{2\sqrt{a}} \operatorname{erf}(ix\sqrt{a}) + c$                                               |
| ۲۴۶ | مثال  | $y = e^{i \cdot x^2}$        | $\int e^{i \cdot x^2} dx = \frac{i\sqrt{\pi}}{2\sqrt{i}} \operatorname{erf}(ix\sqrt{i}) + c$                                        |
| ۲۴۷ | فرمول | $y = e^{-ax^2}$              | $\int e^{-ax^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{a}} \operatorname{erf}(x\sqrt{a}) + c$                                                |
| ۲۴۸ | مثال  | $y = e^{-i \cdot x^2}$       | $\int e^{-i \cdot x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{-i}} \operatorname{erf}(x\sqrt{-i}) + c$                                       |
| ۲۴۹ | فرمول | $y = \sqrt{x} e^{ax}$        | $\int \sqrt{x} e^{ax} dx = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_0^x e^{-t^2} dt$                                                                 |
| ۲۵۰ | مثال  | $y = \sqrt{x} e^{i \cdot x}$ | $\int \sqrt{x} e^{i \cdot x} dx = \frac{1}{\sqrt{i}} \int_0^x e^{-t^2} dt$                                                          |
| ۲۵۱ | فرمول | $y = x e^{-ax^2}$            | $\int x e^{-ax^2} dx = \frac{-1}{2a} e^{-ax^2} + c$                                                                                 |
| ۲۵۲ | مثال  | $y = x e^{-i \cdot x^2}$     | $\int x e^{-i \cdot x^2} dx = \frac{-1}{2i} e^{-i \cdot x^2} + c$                                                                   |
| ۲۵۳ | فرمول | $y = x^r e^{-ax^2}$          | $\int x^r e^{-ax^2} dx = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \operatorname{erf}(x\sqrt{a}) - \frac{x}{ra} e^{-ax^2} + c$               |
| ۲۵۴ | مثال  | $y = x^r e^{-i \cdot x^2}$   | $\int x^r e^{-i \cdot x^2} dx = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\pi}{i}} \operatorname{erf}(x\sqrt{i}) - \frac{x}{ir} e^{-i \cdot x^2} + c$ |
| ۲۵۵ | فرمول | $y = e^x \sin x$             | $\int e^x \sin x dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x - \cos x) + c$                                                                        |
| ۲۵۶ | مثال  | $y = e^x \sin x$             | $\int e^x \sin x dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x - \cos x) + c$                                                                        |
| ۲۵۷ | فرمول | $y = e^x \cos x$             | $\int e^x \cos x dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x) + c$                                                                        |
| ۲۵۸ | مثال  | $y = e^x \cos x$             | $\int e^x \cos x dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x) + c$                                                                        |
| ۲۵۹ | فرمول | $y = e^{bx} \sin ax$         | $\int e^{bx} \sin ax dx = \frac{1}{a^2 + b^2} e^{bx} (b \sin ax - a \cos ax) + c$                                                   |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخوندی - دبیر ریاضی)

|     |       |                               |                                                                                                                        |
|-----|-------|-------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۲۶۰ | مثال  | $y = e^{۲۰x} \sin ۱۰x$        | $\int e^{۲۰x} \sin ۱۰x dx = \frac{1}{\Delta ۵} e^{۲۰x} (۲۰ \sin ۱۰x - ۱۰ \cos ۱۰x) + c$                                |
| ۲۶۱ | فرمول | $y = e^{bx} \cos ax$          | $\int e^{bx} \cos ax dx = \frac{1}{a^2 + b^2} e^{bx} (a \sin ax + b \cos ax) + c$                                      |
| ۲۶۲ | مثال  | $y = e^{۴x} \cos ۶x$          | $\int e^{۴x} \cos ۶x dx = \frac{1}{\Delta ۲} e^{۴x} (۶ \sin ۶x + ۴ \cos ۶x) + c$                                       |
| ۲۶۳ | فرمول | $y = xe^x \sin x$             | $\int xe^x \sin x dx = \frac{1}{۴} e^x (\cos x - x \cos x + x \sin x) + c$                                             |
| ۲۶۴ | مثال  | $y = xe^x \sin x$             | $\int xe^x \sin x dx = \frac{1}{۴} e^x (\cos x - x \cos x + x \sin x) + c$                                             |
| ۲۶۵ | فرمول | $y = xe^x \cos x$             | $\int xe^x \cos x dx = \frac{1}{۴} e^x (x \cos x - \sin x + x \sin x) + c$                                             |
| ۲۶۶ | مثال  | $y = xe^x \cos x$             | $\int xe^x \cos x dx = \frac{1}{۴} e^x (x \cos x - \sin x + x \sin x) + c$                                             |
| ۲۶۷ | فرمول | $y = e^{ax} \cosh bx$         | $\int e^{ax} \cosh bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2 - b^2} [a \cosh bx - b \sinh ax] + c$                                     |
| ۲۶۸ | مثال  | $y = e^{۶x} \cosh ۸x$         | $\int e^{۶x} \cosh ۸x dx = \frac{e^{۶x}}{-۲۸} [۶ \cosh ۸x - ۸ \sinh ۶x] + c$                                           |
| ۲۶۹ | فرمول | $y = e^{ax} \sinh bx$         | $\int e^{ax} \sinh bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2 - b^2} [-b \cosh bx + a \sinh bx] + c$                                    |
| ۲۷۰ | مثال  | $y = e^{۱۲x} \sinh ۱۳x$       | $\int e^{۱۲x} \sinh ۱۳x dx = \frac{e^{۱۲x}}{-۲۵} [-۱۳ \cosh ۱۳x + ۱۲ \sinh ۱۳x] + c$                                   |
| ۲۷۱ | فرمول | $y = \sqrt{ax+b}$             | $\int \sqrt{ax+b} dx = \left( \frac{۲b}{۳a} + \frac{۲x}{۳} \right) \sqrt{ax+b} + c$                                    |
| ۲۷۲ | مثال  | $y = \sqrt{۲x+۳}$             | $\int \sqrt{۲x+۳} dx = \left( ۱ + \frac{۲x}{۳} \right) \sqrt{۲x+۳} + c$                                                |
| ۲۷۳ | فرمول | $y = x\sqrt{ax+b}$            | $\int x\sqrt{ax+b} dx = \frac{۲}{۱۵a^2} (-۲b^2 + abx + ۳a^2x^2) + c$                                                   |
| ۲۷۴ | مثال  | $y = x\sqrt{x+۷}$             | $\int x\sqrt{x+۷} dx = \frac{۲}{۱۵} (-۹۸ + ۷x + ۳x^2) + c$                                                             |
| ۲۷۵ | فرمول | $y = x^n \sqrt{ax+b}$         | $\int x^n \sqrt{ax+b} dx = \frac{۲}{b(۲n+۳)} \left[ x^n (ax+b)^{\frac{۳}{۲}} - na \int x^{n-1} \sqrt{ax+b} dx \right]$ |
| ۲۷۶ | مثال  | $y = x^n \sqrt{۲x+۱}$         | $\int x^n \sqrt{۲x+۱} dx = \frac{۲}{(۲n+۳)} \left[ x^n (۲x+۱)^{\frac{۳}{۲}} - ۲n \int x^{n-1} \sqrt{۲x+۱} dx \right]$  |
| ۲۷۷ | فرمول | $y = \frac{x}{\sqrt{ax+b}}$   | $\int \frac{x}{\sqrt{ax+b}} dx = \frac{۲}{۳b^2} (bx - ۲a) \sqrt{ax+b} + c$                                             |
| ۲۷۸ | مثال  | $y = \frac{x}{\sqrt{۸x+۹}}$   | $\int \frac{x}{\sqrt{۸x+۹}} dx = \frac{۲}{۳۴۳} (۹x - ۱۶) \sqrt{۸x+۹} + c$                                              |
| ۲۷۹ | فرمول | $y = \frac{x^2}{\sqrt{ax+b}}$ | $\int \frac{x^2}{\sqrt{ax+b}} dx = \frac{۲}{۱۵b^2} (۸a^2 + ۳b^2x^2 - ۴abx) \sqrt{ax+b} + c$                            |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|     |       |                                 |                                                                                                                                             |
|-----|-------|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۲۸۰ | مثال  | $y = \frac{x^2}{\sqrt{3x+5}}$   | $\int \frac{x^2}{\sqrt{3x+5}} dx = \frac{2}{1875} (72 + 75x^2 - 60x) \sqrt{3x+5} + c$                                                       |
| ۲۸۱ | فرمول | $y = \frac{x^n}{\sqrt{ax+b}}$   | $\int \frac{x^n}{\sqrt{ax+b}} dx = \frac{2x^n \sqrt{ax+b}}{b(2x+1)} - \frac{2xa}{b(2x+1)} \int \frac{x^{n-1}}{\sqrt{ax+b}} dx + c$          |
| ۲۸۲ | مثال  | $y = \frac{x^2}{\sqrt{x+9}}$    | $\int \frac{x^2}{\sqrt{x+9}} dx = \frac{2x^2 \sqrt{x+9}}{9(2x+1)} - \frac{2x}{9(2x+1)} \int \frac{x}{\sqrt{x+9}} dx + c$                    |
| ۲۸۳ | فرمول | $y = \frac{1}{x\sqrt{a+bx}}$    | $\int \frac{dx}{x\sqrt{ax+b}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left  \frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{a}}{\sqrt{a+bx} + \sqrt{a}} \right  + c$            |
| ۲۸۴ | مثال  | $y = \frac{1}{x\sqrt{3+5x}}$    | $\int \frac{dx}{x\sqrt{3+5x}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \ln \left  \frac{\sqrt{3+5x} - \sqrt{3}}{\sqrt{3+5x} + \sqrt{3}} \right  + c$            |
| ۲۸۵ | فرمول | $y = \frac{1}{x^n \sqrt{a+bx}}$ | $\int \frac{1}{x^n \sqrt{ax+b}} dx = \frac{\sqrt{a+bx}}{a(n-1)x^{n-1}} - \frac{b(2n-3)}{2a(n-1)} \int \frac{1}{x^{n-1} \sqrt{ax+b}} dx + c$ |
| ۲۸۶ | مثال  | $y = \frac{1}{x^n \sqrt{a+bx}}$ | $\int \frac{1}{x^n \sqrt{ax+b}} dx = \frac{\sqrt{a+bx}}{a(n-1)x^{n-1}} - \frac{b(2n-3)}{2a(n-1)} \int \frac{1}{x^{n-1} \sqrt{ax+b}} dx + c$ |
| ۲۸۷ | فرمول | $y = \frac{\sqrt{a+bx}}{x}$     | $\int \frac{\sqrt{a+bx}}{x} dx = 2\sqrt{a+bx} + a \int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}} + c$                                                         |
| ۲۸۸ | مثال  | $y = \frac{\sqrt{5+x}}{x}$      | $\int \frac{\sqrt{5+x}}{x} dx = 2\sqrt{5+x} + 5 \int \frac{dx}{x\sqrt{5+x}} + c$                                                            |
| ۲۸۹ | فرمول | $y = \frac{\sqrt{a+bx}}{x^2}$   | $\int \frac{\sqrt{a+bx}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{a+bx}}{x} + \frac{b}{2} \int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}} + c$                                   |
| ۲۹۰ | مثال  | $y = \frac{\sqrt{5+x}}{x^2}$    | $\int \frac{\sqrt{5+x}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{5+x}}{x} + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{x\sqrt{5+x}} + c$                                      |
| ۲۹۱ | فرمول | $y = \frac{x}{a+bx}$            | $\int \frac{x}{a+bx} dx = \frac{1}{b^2} (a+bx - a \ln a+bx ) + c$                                                                           |
| ۲۹۲ | مثال  | $y = \frac{x}{4+5x}$            | $\int \frac{x}{4+5x} dx = \frac{1}{25} (4+5x - 4 \ln 4+5x ) + c$                                                                            |
| ۲۹۳ | فرمول | $y = \frac{x^2}{a+bx}$          | $\int \frac{x^2}{a+bx} dx = \frac{1}{b^2} ((a+bx)^2 - 2a(a+bx) + 2a^2 \ln a+bx ) + c$                                                       |
| ۲۹۴ | مثال  | $y = \frac{x^2}{4+5x}$          | $\int \frac{x^2}{4+5x} dx = \frac{1}{25} ((4+5x)^2 - 8(4+5x) + 8 \ln 4+5x ) + c$                                                            |
| ۲۹۵ | فرمول | $y = \frac{1}{x(a+bx)}$         | $\int \frac{dx}{x(a+bx)} = \frac{1}{a} \ln \left  \frac{x}{(a+bx)} \right  + c$                                                             |
| ۲۹۶ | مثال  | $y = \frac{1}{x(2+9x)}$         | $\int \frac{dx}{x(2+9x)} = \frac{1}{2} \ln \left  \frac{x}{((2+9x))} \right  + c$                                                           |
| ۲۹۷ | فرمول | $y = \frac{1}{x^2(a+bx)}$       | $\int \frac{1}{x^2(a+bx)} dx = -\frac{1}{ax} + \frac{b}{a^2} \ln \left  \frac{(a+bx)}{x} \right  + c$                                       |
| ۲۹۸ | مثال  | $y = \frac{1}{x^2(2+9x)}$       | $\int \frac{1}{x^2(2+9x)} dx = -\frac{1}{2x} + \frac{9}{2} \ln \left  \frac{(2+9x)}{x} \right  + c$                                         |
| ۲۹۹ | فرمول | $y = \frac{1}{1+x^2}$           | $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \tan^{-1} x + c$                                                                                                 |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|     |       |                                    |                                                                                        |
|-----|-------|------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| ۳۰۰ | مثال  | $y = \frac{1}{1+x^2}$              | $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \tan^{-1} x + c$                                            |
| ۳۰۱ | فرمول | $y = \frac{1}{a^2+x^2}$            | $\int \frac{1}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$                    |
| ۳۰۲ | مثال  | $y = \frac{1}{9+x^2}$              | $\int \frac{1}{9+x^2} dx = \frac{1}{3} \tan^{-1} \frac{x}{3} + c$                      |
| ۳۰۳ | فرمول | $y = \frac{x}{a^2+x^2}$            | $\int \frac{x}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{2} \ln a^2+x^2  + c$                             |
| ۳۰۴ | مثال  | $y = \frac{x}{16+x^2}$             | $\int \frac{x}{16+x^2} dx = \frac{1}{2} \ln 16+x^2  + c$                               |
| ۳۰۵ | فرمول | $y = \frac{x^2}{a^2+x^2}$          | $\int \frac{x^2}{a^2+x^2} dx = x - a \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$                        |
| ۳۰۶ | مثال  | $y = \frac{x^2}{36+x^2}$           | $\int \frac{x^2}{36+x^2} dx = x - 6 \tan^{-1} \frac{x}{6} + c$                         |
| ۳۰۷ | فرمول | $y = \frac{x^3}{a^2+x^2}$          | $\int \frac{x^3}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{2} a^2 \ln a^2+x^2  + c$     |
| ۳۰۸ | مثال  | $y = \frac{x^3}{49+x^2}$           | $\int \frac{x^3}{49+x^2} dx = \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{2} 49 \ln 49+x^2  + c$        |
| ۳۰۹ | فرمول | $y = \frac{1}{a^2-x^2}$            | $\int \frac{1}{a^2-x^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{a+x}{a-x} \right  + c$      |
| ۳۱۰ | مثال  | $y = \frac{1}{81-x^2}$             | $\int \frac{1}{81-x^2} dx = \frac{1}{18} \ln \left  \frac{9+x}{9-x} \right  + c$       |
| ۳۱۱ | فرمول | $y = \frac{1}{x^2-a^2}$            | $\int \frac{1}{x^2-a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{x-a}{x+a} \right  + c$      |
| ۳۱۲ | مثال  | $y = \frac{1}{x^2-4}$              | $\int \frac{1}{x^2-4} dx = \frac{1}{4} \ln \left  \frac{x-2}{x+2} \right  + c$         |
| ۳۱۳ | فرمول | $y = \frac{1}{ax+b}$               | $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b  + c$                                   |
| ۳۱۴ | مثال  | $y = \frac{1}{3x+9}$               | $\int \frac{1}{3x+9} dx = \frac{1}{3} \ln 3x+9  + c$                                   |
| ۳۱۵ | فرمول | $y = \frac{1}{(x+a)^2}$            | $\int \frac{1}{(x+a)^2} dx = -\frac{1}{x+a} + c$                                       |
| ۳۱۶ | مثال  | $y = \frac{1}{(x+8)^2}$            | $\int \frac{1}{(x+8)^2} dx = -\frac{1}{x+8} + c$                                       |
| ۳۱۷ | فرمول | $y = x(x+a)^n$                     | $\int x(x+a)^n dx = \frac{(x+a)^{n+1}((n+1)(x-a))}{(n+1)(n+2)} + c$                    |
| ۳۱۸ | مثال  | $y = x(x+a)^n$                     | $\int x(x+a)^n dx = \frac{(x+a)^{n+1}((n+1)(x-a))}{(n+1)(n+2)} + c$                    |
| ۳۱۹ | فرمول | $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$ | $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \ln \left  x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right  + c$ |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|     |       |                                           |                                                                                                                                                        |
|-----|-------|-------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۳۲۰ | مثال  | $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm 25}}$         | $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm 25}} dx = \ln  x + \sqrt{x^2 \pm 25}  + c$                                                                                |
| ۳۲۱ | فرمول | $y = \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$          | $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$                                                                                       |
| ۳۲۲ | مثال  | $y = \frac{1}{\sqrt{64 - x^2}}$           | $\int \frac{1}{\sqrt{64 - x^2}} dx = \sin^{-1} \frac{x}{8} + c$                                                                                        |
| ۳۲۳ | فرمول | $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$        | $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \sqrt{x^2 \pm a^2} + c$                                                                                        |
| ۳۲۴ | مثال  | $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 \pm 9}}$          | $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 \pm 9}} dx = \sqrt{x^2 \pm 9} + c$                                                                                            |
| ۳۲۵ | فرمول | $y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$          | $\int \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = -\sqrt{a^2 - x^2} + c$                                                                                           |
| ۳۲۶ | مثال  | $y = \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$            | $\int \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}} dx = -\sqrt{4 - x^2} + c$                                                                                               |
| ۳۲۷ | فرمول | $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$      | $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \frac{1}{2} x \sqrt{x^2 \pm a^2} \mp \frac{1}{2} a^2 \ln  x + \sqrt{x^2 \pm a^2}  + c$                       |
| ۳۲۸ | مثال  | $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 \pm 9}}$        | $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 \pm 9}} dx = \frac{1}{2} x \sqrt{x^2 \pm 9} \mp \frac{1}{2} 9 \ln  x + \sqrt{x^2 \pm 9}  + c$                               |
| ۳۲۹ | فرمول | $y = \frac{x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}}$        | $\int \frac{x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = -\frac{1}{2} x \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{1}{2} a^2 \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$                                   |
| ۳۳۰ | مثال  | $y = \frac{x^2}{\sqrt{25 - x^2}}$         | $\int \frac{x^2}{\sqrt{25 - x^2}} dx = -\frac{1}{2} x \sqrt{25 - x^2} + \frac{1}{2} 25 \sin^{-1} \frac{x}{5} + c$                                      |
| ۳۳۱ | فرمول | $y = \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$      | $\int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left  2ax + b + 2\sqrt{a(ax^2 + bx + c)} \right  + c$                                |
| ۳۳۲ | مثال  | $y = \frac{1}{\sqrt{5x^2 + x + c}}$       | $\int \frac{1}{\sqrt{5x^2 + x + c}} dx = \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \left  10x + 1 + 2\sqrt{5(\sqrt{5}x^2 + x + c)} \right  + c$                           |
| ۳۳۳ | فرمول | $y = \frac{x}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$      | $\int \frac{x}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx = \frac{1}{a} \sqrt{ax^2 + bx + c} - \frac{b}{2a^2} \ln \left  2ax + b + 2\sqrt{a(ax^2 + bx + c)} \right  + c$ |
| ۳۳۴ | مثال  | $y = \frac{x}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$      | $\int \frac{x}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx = \frac{1}{a} \sqrt{ax^2 + bx + c} - \frac{b}{2a^2} \ln \left  2ax + b + 2\sqrt{a(ax^2 + bx + c)} \right  + c$ |
| ۳۳۵ | فرمول | $y = \frac{1}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$ | $\int \frac{1}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} dx = -\frac{x}{a^2 \sqrt{a^2 + x^2}} + c$                                                                    |
| ۳۳۶ | مثال  | $y = \frac{1}{(1 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$   | $\int \frac{1}{(1 + x^2)^{\frac{3}{2}}} dx = -\frac{x}{1 \sqrt{1 + x^2}} + c$                                                                          |
| ۳۳۷ | فرمول | $y = \frac{-1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$         | $\int \frac{-1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \cos^{-1} \frac{x}{a} + c$                                                                                      |
| ۳۳۸ | مثال  | $y = \frac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}$           | $\int \frac{-1}{\sqrt{1 - x^2}} dx = \cos^{-1} \frac{x}{1} + c$                                                                                        |
| ۳۳۹ | فرمول | $y = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - a^2}}$         | $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 - a^2}} dx = \frac{1}{a} \sec^{-1} \frac{x}{a} + c$                                                                          |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|     |       |                                      |                                                                                                                          |
|-----|-------|--------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۳۴۰ | مثال  | $y = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 36}}$     | $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 36}} dx = \frac{1}{6} \sec^{-1} \frac{x}{6} + c$                                             |
| ۳۴۱ | فرمول | $y = \frac{1}{ax^2 + bx + c}$        | $\int \frac{1}{ax^2 + bx + c} dx = \frac{2}{\sqrt{4ac - b^2}} \tan^{-1} \frac{2ax + b}{\sqrt{4ac - b^2}} + c$            |
| ۳۴۲ | مثال  | $y = \frac{1}{5x^2 + 3x + 2}$        | $\int \frac{1}{5x^2 + 3x + 2} dx = \frac{2}{\sqrt{40 - 9}} \tan^{-1} \frac{10x + 3}{\sqrt{40 - 9}} + c$                  |
| ۳۴۳ | فرمول | $y = \frac{1}{(x+a)(x+b)}$           | $\int \frac{1}{(x+a)(x+b)} dx = \frac{1}{b-a} \ln \left  \frac{a+x}{b+x} \right  + c$                                    |
| ۳۴۴ | مثال  | $y = \frac{1}{(x+7)(x+5)}$           | $\int \frac{1}{(x+7)(x+5)} dx = \frac{1}{-2} \ln \left  \frac{7+x}{5+x} \right  + c$                                     |
| ۳۴۵ | فرمول | $y = \frac{x}{(x+a)^2}$              | $\int \frac{x}{(x+a)^2} dx = \frac{a}{a+x} + \ln a+x  + c$                                                               |
| ۳۴۶ | مثال  | $y = \frac{x}{(x+9)^2}$              | $\int \frac{x}{(x+9)^2} dx = \frac{9}{9+x} + \ln 9+x  + c$                                                               |
| ۳۴۷ | فرمول | $y = \sqrt{a^2 + x^2}$               | $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 + x^2} + \frac{a^2}{2} \ln x + \sqrt{a^2 + x^2}  + c$                  |
| ۳۴۸ | مثال  | $y = \sqrt{4 + x^2}$                 | $\int \sqrt{4 + x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{4 + x^2} + 2 \ln x + \sqrt{4 + x^2}  + c$                                    |
| ۳۴۹ | فرمول | $y = x^2 \sqrt{a^2 + x^2}$           | $\int x^2 \sqrt{a^2 + x^2} dx = \frac{x}{8} (a^2 + 2x^2) \sqrt{a^2 + x^2} - \frac{a^4}{8} \ln x + \sqrt{a^2 + x^2}  + c$ |
| ۳۵۰ | مثال  | $y = x^2 \sqrt{a^2 + x^2}$           | $\int x^2 \sqrt{a^2 + x^2} dx = \frac{x}{8} (a^2 + 2x^2) \sqrt{a^2 + x^2} - \frac{a^4}{8} \ln x + \sqrt{a^2 + x^2}  + c$ |
| ۳۵۱ | فرمول | $y = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x}$     | $\int \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x} dx = \sqrt{a^2 + x^2} - a \ln \left  \frac{a + \sqrt{a^2 + x^2}}{x} \right  + c$        |
| ۳۵۲ | مثال  | $y = \frac{\sqrt{49 + x^2}}{x}$      | $\int \frac{\sqrt{49 + x^2}}{x} dx = \sqrt{49 + x^2} - 7 \ln \left  \frac{7 + \sqrt{49 + x^2}}{x} \right  + c$           |
| ۳۵۳ | فرمول | $y = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x^2}$   | $\int \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x} + \ln x + \sqrt{a^2 + x^2}  + c$                     |
| ۳۵۴ | مثال  | $y = \frac{\sqrt{49 + x^2}}{x^2}$    | $\int \frac{\sqrt{49 + x^2}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{49 + x^2}}{x} + \ln x + \sqrt{49 + x^2}  + c$                        |
| ۳۵۵ | فرمول | $y = \frac{1}{x\sqrt{a^2 + x^2}}$    | $\int \frac{1}{x\sqrt{a^2 + x^2}} dx = -\frac{1}{a} \ln \left  \frac{a + \sqrt{a^2 + x^2}}{x} \right  + c$               |
| ۳۵۶ | مثال  | $y = \frac{1}{x\sqrt{25 + x^2}}$     | $\int \frac{1}{x\sqrt{25 + x^2}} dx = -\frac{1}{5} \ln \left  \frac{5 + \sqrt{25 + x^2}}{x} \right  + c$                 |
| ۳۵۷ | فرمول | $y = \frac{1}{x^2 \sqrt{a^2 + x^2}}$ | $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{a^2 + x^2}} dx = -\frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{a^2 x} + c$                                           |
| ۳۵۸ | مثال  | $y = \frac{1}{x^2 \sqrt{25 + x^2}}$  | $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{25 + x^2}} dx = -\frac{\sqrt{25 + x^2}}{25x} + c$                                               |
| ۳۵۹ | فرمول | $y = \sqrt{a^2 - x^2}$               | $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} x \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{1}{2} a^2 \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$                  |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|     |       |                                      |                                                                                                                           |
|-----|-------|--------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۳۶۰ | مثال  | $y = \sqrt{۲۵ - x^۲}$                | $\int \sqrt{۲۵ - x^۲} dx = \frac{1}{۲} x \sqrt{۲۵ - x^۲} + \frac{1}{۲} ۲۵ \sin^{-1} \frac{x}{۵} + c$                      |
| ۳۶۱ | فرمول | $y = x^۲ \sqrt{a^۲ - x^۲}$           | $\int x^۲ \sqrt{a^۲ - x^۲} dx = \frac{x}{۸} (۲x^۲ - a^۲) \sqrt{a^۲ - x^۲} - \frac{a^۴}{۸} \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$      |
| ۳۶۲ | مثال  | $y = x^۲ \sqrt{۸۱ - x^۲}$            | $\int x^۲ \sqrt{۸۱ - x^۲} dx = \frac{x}{۸} (۲x^۲ - ۸۱) \sqrt{۸۱ - x^۲} - \frac{a^۴}{۸} \sin^{-1} \frac{x}{۹} + c$         |
| ۳۶۳ | فرمول | $y = \frac{\sqrt{a^۲ - x^۲}}{x}$     | $\int \frac{\sqrt{a^۲ - x^۲}}{x} dx = \sqrt{a^۲ - x^۲} - a \ln \left  \frac{a + \sqrt{a^۲ - x^۲}}{x} \right  + c$         |
| ۳۶۴ | مثال  | $y = \frac{\sqrt{۴ - x^۲}}{x}$       | $\int \frac{\sqrt{۴ - x^۲}}{x} dx = \sqrt{۴ - x^۲} - ۲ \ln \left  \frac{۲ + \sqrt{۴ - x^۲}}{x} \right  + c$               |
| ۳۶۵ | فرمول | $y = \frac{\sqrt{a^۲ - x^۲}}{x^۲}$   | $\int \frac{\sqrt{a^۲ - x^۲}}{x^۲} dx = -\frac{1}{x} \sqrt{a^۲ - x^۲} - \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$                        |
| ۳۶۶ | مثال  | $y = \frac{\sqrt{۱۰۰ - x^۲}}{x^۲}$   | $\int \frac{\sqrt{۱۰۰ - x^۲}}{x^۲} dx = -\frac{1}{x} \sqrt{۱۰۰ - x^۲} - \sin^{-1} \frac{x}{۱۰} + c$                       |
| ۳۶۷ | فرمول | $y = \frac{1}{x \sqrt{a^۲ - x^۲}}$   | $\int \frac{1}{x \sqrt{a^۲ - x^۲}} dx = -\frac{1}{a} \ln \left  \frac{a + \sqrt{a^۲ - x^۲}}{x} \right  + c$               |
| ۳۶۸ | مثال  | $y = \frac{1}{x \sqrt{۴۹ - x^۲}}$    | $\int \frac{1}{x \sqrt{۴۹ - x^۲}} dx = -\frac{1}{۷} \ln \left  \frac{۷ + \sqrt{۴۹ - x^۲}}{x} \right  + c$                 |
| ۳۶۹ | فرمول | $y = \frac{1}{x^۲ \sqrt{a^۲ - x^۲}}$ | $\int \frac{1}{x^۲ \sqrt{a^۲ - x^۲}} dx = \frac{1}{a^۲ x} \sqrt{a^۲ - x^۲} + c$                                           |
| ۳۷۰ | مثال  | $y = \frac{1}{x^۲ \sqrt{۸۱ - x^۲}}$  | $\int \frac{1}{x^۲ \sqrt{۸۱ - x^۲}} dx = \frac{1}{۸۱ x} \sqrt{۸۱ - x^۲} + c$                                              |
| ۳۷۱ | فرمول | $y = x \sqrt{x^۲ \pm a^۲}$           | $\int x \sqrt{x^۲ \pm a^۲} dx = \frac{1}{۳} (x^۲ \pm a^۲)^{\frac{۳}{۲}} + c$                                              |
| ۳۷۲ | مثال  | $y = x \sqrt{x^۲ \pm ۲۵}$            | $\int x \sqrt{x^۲ \pm ۲۵} dx = \frac{1}{۳} (x^۲ \pm ۲۵)^{\frac{۳}{۲}} + c$                                                |
| ۳۷۳ | فرمول | $y = \sqrt{x^۲ - a^۲}$               | $\int \sqrt{x^۲ - a^۲} dx = \frac{x}{۲} \sqrt{x^۲ - a^۲} - \frac{a^۲}{۲} \ln  x + \sqrt{x^۲ - a^۲}  + c$                  |
| ۳۷۴ | مثال  | $y = \sqrt{x^۲ - ۴۰۰}$               | $\int \sqrt{x^۲ - ۴۰۰} dx = \frac{x}{۲} \sqrt{x^۲ - ۴۰۰} - \frac{۴۰۰}{۲} \ln  x + \sqrt{x^۲ - ۴۰۰}  + c$                  |
| ۳۷۵ | فرمول | $y = x^۲ \sqrt{x^۲ - a^۲}$           | $\int x^۲ \sqrt{x^۲ - a^۲} dx = \frac{x}{۸} (۲x^۲ - a^۲) \sqrt{x^۲ - a^۲} - \frac{a^۴}{۸} \ln  x + \sqrt{x^۲ - a^۲}  + c$ |
| ۳۷۶ | مثال  | $y = x^۲ \sqrt{x^۲ - ۱۰۰}$           | $\int x^۲ \sqrt{x^۲ - ۱۰۰} dx = \frac{x}{۸} (۲x^۲ - ۱۰۰) \sqrt{x^۲ - ۱۰۰} - \frac{۱۰۰}{۸} \ln  x + \sqrt{x^۲ - ۱۰۰}  + c$ |
| ۳۷۷ | فرمول | $y = \frac{\sqrt{x^۲ - a^۲}}{x}$     | $\int \frac{\sqrt{x^۲ - a^۲}}{x} dx = \sqrt{x^۲ - a^۲} - a \cos^{-1} \frac{a}{ x } + c$                                   |
| ۳۷۸ | مثال  | $y = \frac{\sqrt{x^۲ - ۱۵}}{x}$      | $\int \frac{\sqrt{x^۲ - ۱۵}}{x} dx = \sqrt{x^۲ - ۱۵} - \sqrt{۱۵} \cos^{-1} \frac{\sqrt{۱۵}}{ x } + c$                     |
| ۳۷۹ | فرمول | $y = \frac{\sqrt{x^۲ - a^۲}}{x^۲}$   | $\int \frac{\sqrt{x^۲ - a^۲}}{x^۲} dx = -\frac{\sqrt{x^۲ - a^۲}}{x} + \ln  x + \sqrt{x^۲ - a^۲}  + c$                     |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|     |       |                                           |                                                                                                                                       |
|-----|-------|-------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۳۸۰ | مثال  | $y = \frac{\sqrt{x^2 - 39}}{x^2}$         | $\int \frac{\sqrt{x^2 - 39}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{x^2 - 39}}{x} + \ln x + \sqrt{x^2 - 39}  + c$                                     |
| ۳۸۱ | فرمول | $y = \frac{1}{x^r \sqrt{x^2 - a^2}}$      | $\int \frac{1}{x^r \sqrt{x^2 - a^2}} dx = \frac{\sqrt{x^2 - a^2}}{a^r x} + c$                                                         |
| ۳۸۲ | مثال  | $y = \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 - 45}}$       | $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 - 45}} dx = \frac{\sqrt{x^2 - 45}}{45x} + c$                                                             |
| ۳۸۳ | فرمول | $y = \frac{1}{(x^2 - a^2)^{\frac{r}{2}}}$ | $\int \frac{1}{(x^2 - a^2)^{\frac{r}{2}}} dx = \frac{-x}{a^r \sqrt{x^2 - a^2}} + c$                                                   |
| ۳۸۴ | مثال  | $y = \frac{1}{(x^2 - 19)^{\frac{2}{3}}}$  | $\int \frac{1}{(x^2 - 19)^{\frac{2}{3}}} dx = \frac{-x}{19 \sqrt{x^2 - 19}} + c$                                                      |
| ۳۸۵ | فرمول | $y = \sqrt{2ax - x^2}$                    | $\int \sqrt{2ax - x^2} dx = \frac{x-a}{2} \sqrt{2ax - x^2} + \frac{x^2}{2} \cos^{-1} \left( \frac{a-x}{a} \right) + c$                |
| ۳۸۶ | مثال  | $y = \sqrt{10x - x^2}$                    | $\int \sqrt{10x - x^2} dx = \frac{x-5}{2} \sqrt{10x - x^2} + \frac{x^2}{2} \cos^{-1} \left( \frac{5-x}{5} \right) + c$                |
| ۳۸۷ | فرمول | $y = x\sqrt{2ax - x^2}$                   | $\int x\sqrt{2ax - x^2} dx = \frac{2x^2 - ax - 2a^2}{6} \sqrt{2ax - x^2} + \frac{a^2}{2} \cos^{-1} \left( \frac{a-x}{a} \right) + c$  |
| ۳۸۸ | مثال  | $y = x\sqrt{16x - x^2}$                   | $\int x\sqrt{16x - x^2} dx = \frac{2x^2 - 8x - 192}{6} \sqrt{16x - x^2} + \frac{128}{3} \cos^{-1} \left( \frac{8-x}{8} \right) + c$   |
| ۳۸۹ | فرمول | $y = \frac{\sqrt{2ax - x^2}}{x}$          | $\int \frac{\sqrt{2ax - x^2}}{x} dx = \sqrt{2ax - x^2} + a \cos^{-1} \left( \frac{a-x}{a} \right) + c$                                |
| ۳۹۰ | مثال  | $y = \frac{\sqrt{14x - x^2}}{x}$          | $\int \frac{\sqrt{14x - x^2}}{x} dx = \sqrt{14x - x^2} + 7 \cos^{-1} \left( \frac{7-x}{7} \right) + c$                                |
| ۳۹۱ | فرمول | $y = \frac{\sqrt{2ax - x^2}}{x^2}$        | $\int \frac{\sqrt{2ax - x^2}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{2ax - x^2}}{x} - \cos^{-1} \left( \frac{a-x}{a} \right) + c$                     |
| ۳۹۲ | مثال  | $y = \frac{\sqrt{18x - x^2}}{x^2}$        | $\int \frac{\sqrt{18x - x^2}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{18x - x^2}}{x} - \cos^{-1} \left( \frac{9-x}{9} \right) + c$                     |
| ۳۹۳ | فرمول | $y = \frac{1}{\sqrt{2ax - x^2}}$          | $\int \frac{1}{\sqrt{2ax - x^2}} dx = \cos^{-1} \left( \frac{a-x}{a} \right) + c$                                                     |
| ۳۹۴ | مثال  | $y = \frac{1}{\sqrt{20x - x^2}}$          | $\int \frac{1}{\sqrt{20x - x^2}} dx = \cos^{-1} \left( \frac{10-x}{10} \right) + c$                                                   |
| ۳۹۵ | فرمول | $y = \frac{x}{\sqrt{2ax - x^2}}$          | $\int \frac{x}{\sqrt{2ax - x^2}} dx = -\sqrt{2ax - x^2} + a \cos^{-1} \left( \frac{a-x}{a} \right) + c$                               |
| ۳۹۶ | مثال  | $y = \frac{x}{\sqrt{18x - x^2}}$          | $\int \frac{x}{\sqrt{18x - x^2}} dx = -\sqrt{18x - x^2} + 9 \cos^{-1} \left( \frac{9-x}{9} \right) + c$                               |
| ۳۹۷ | فرمول | $y = \frac{x^2}{\sqrt{2ax - x^2}}$        | $\int \frac{x^2}{\sqrt{2ax - x^2}} dx = -\frac{x+2a}{2} \sqrt{2ax - x^2} + \frac{2a^2}{2} \cos^{-1} \left( \frac{a-x}{a} \right) + c$ |
| ۳۹۸ | مثال  | $y = \frac{x^2}{\sqrt{6x - x^2}}$         | $\int \frac{x^2}{\sqrt{6x - x^2}} dx = -\frac{x+3}{2} \sqrt{6x - x^2} + \frac{27}{2} \cos^{-1} \left( \frac{3-x}{3} \right) + c$      |
| ۳۹۹ | فرمول | $y = \frac{1}{x\sqrt{2ax - x^2}}$         | $\int \frac{1}{x\sqrt{2ax - x^2}} dx = \frac{-\sqrt{2ax - x^2}}{ax} + c$                                                              |

## (تهیه و تنظیم: عادل آخندی - دبیر ریاضی)

|     |       |                                         |                                                                                              |
|-----|-------|-----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۴۰۰ | مثال  | $y = \frac{1}{x\sqrt{3 \cdot x - x^2}}$ | $\int \frac{1}{x\sqrt{3 \cdot x - x^2}} dx = \frac{-\sqrt{3 \cdot x - x^2}}{15x} + c$        |
| ۴۰۱ | فرمول | $y = \sqrt{x-a}$                        | $\int y = \sqrt{x-a} dx = \frac{2}{3}(x-a)^{\frac{3}{2}} + c$                                |
| ۴۰۲ | مثال  | $y = \sqrt{x-15}$                       | $\int y = \sqrt{x-15} dx = \frac{2}{3}(x-15)^{\frac{3}{2}} + c$                              |
| ۴۰۳ | فرمول | $y = \frac{1}{\sqrt{x \pm a}}$          | $\int \frac{1}{\sqrt{x \pm a}} dx = 2\sqrt{x \pm a} + c$                                     |
| ۴۰۴ | مثال  | $y = \frac{1}{\sqrt{x \pm 3}}$          | $\int \frac{1}{\sqrt{x \pm 3}} dx = 2\sqrt{x \pm 3} + c$                                     |
| ۴۰۵ | فرمول | $y = \frac{1}{\sqrt{a-x}}$              | $\int \frac{1}{\sqrt{a-x}} dx = -2\sqrt{a-x} + c$                                            |
| ۴۰۶ | مثال  | $y = \frac{1}{\sqrt{56-x}}$             | $\int \frac{1}{\sqrt{56-x}} dx = -2\sqrt{56-x} + c$                                          |
| ۴۰۷ | فرمول | $y = x\sqrt{x-a}$                       | $\int x\sqrt{x-a} dx = \frac{2}{3}a(x-a)^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5}(x-a)^{\frac{5}{2}} + c$ |
| ۴۰۸ | مثال  | $y = x\sqrt{x-4}$                       | $\int x\sqrt{x-4} dx = \frac{8}{3}(x-4)^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5}(x-4)^{\frac{5}{2}} + c$  |
| ۴۰۹ | فرمول | $y = (ax+b)^{\frac{2}{3}}$              | $\int (ax+b)^{\frac{2}{3}} dx = \frac{3}{5a}(ax+b)^{\frac{5}{3}} + c$                        |
| ۴۱۰ | مثال  | $y = (x+1)^{\frac{2}{3}}$               | $\int (x+1)^{\frac{2}{3}} dx = \frac{3}{5}(x+1)^{\frac{5}{3}} + c$                           |
| ۴۱۱ | فرمول | $y = \frac{x}{\sqrt{x \pm a}}$          | $\int \frac{x}{\sqrt{x \pm a}} dx = \frac{2}{3}(x \mp 2a)\sqrt{x \pm a} + c$                 |
| ۴۱۲ | مثال  | $y = \frac{x}{\sqrt{x \pm 11}}$         | $\int \frac{x}{\sqrt{x \pm 11}} dx = \frac{2}{3}(x \mp 22)\sqrt{x \pm 11} + c$               |
| ۴۱۳ | فرمول | $y = \sqrt{\frac{x}{a-x}}$              | $\int \sqrt{\frac{x}{a-x}} dx = -\sqrt{x(a-x)} - a \tan^{-1} \frac{\sqrt{x(a-x)}}{x-a} + c$  |
| ۴۱۴ | مثال  | $y = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$              | $\int \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx = -\sqrt{x(1-x)} - \tan^{-1} \frac{\sqrt{x(1-x)}}{x-1} + c$    |